Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki

Karta przedmiotu

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2016/2017

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma sudiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

1 Informacje o przedmiocie

Nazwa przedmiotu	Analiza matematyczna II
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	
Kod przedmiotu	WFMiI M oIS B7 16/17
Kategoria przedmiotu	Przedmioty podstawowe
Liczba punktów ECTS	10.00
Semestry	3

2 Rodzaj zajęć, liczba godzin w planie studiów

Semestr	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Laboratorium komputerowe	Seminarium	Projekt
3	60	60	0	0	0	0

3 Cele przedmiotu

Cel 1 Zapoznanie studenta z unormowanymi przestrzeniami odwzorowań liniowych i wieloliniowych.

Cel 2 Zapoznanie studenta z rachunkiem różniczkowym funkcji wektorowych argumentu skalarnego oraz wektorowego i jego wykorzystanie do wyznaczania ekstremów lokalnych, badania istnienia i własności funkcji uwikłanej oraz wyznaczania ekstremów warunkowych.

Cel 3 Przedstawienie teorii wielokrotnej całka Riemanna.

4 Wymagania wstępne w zakresie wiedzy, umiejętności i innych kompetencji

1 Zaliczenie Analizy Matematycznej I

5 Efekty kształcenia

EK1 Wiedza Student zna definicje i twierdzenia dotyczące przestrzeni odwzorowań liniowych i wieloliniowych, zasady rachunku różniczkowego funkcji wektorowych, zna pojęcie pochodnej Frecheta, pochodnej kierunkowej, cząstkowej oraz zna związki jakie między nimi zachodzą. Ponadto posługuje się takimi pojęciami jak: funkcja uwikłana, ekstrema lokalne oraz warunkowe i wie jakich narzędzi użyć do ich badania, zna fakty z rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych. Potrafi udowodnić cytowane twierdzenia i własności.

EK2 Umiejętności Student potrafi spojrzeć kompleksowo na zdobytą w efekcie kształcenia z zakresu wiedzy teorię, umie stosować poznane twierdzenia rozwiązując zadania przekrojowe.

EK3 Umiejętności Student potrafi rozwiązywać zadania cząstkowe dotyczące własności obiektów poznanych podczas zdobywania wiedzy opisanej w EK1.

EK4 Kompetencje społeczne Student regularnie i aktywnie uczestniczy w zajęciach. Student rozpoznaje braki w swojej wiedzy i próbuje je uzupełniać pracując z materiałami dodatkowymi umieszczonymi na platformie e-learningowej oraz korzystając z literatury.

6 Treści programowe

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C1	Sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest liniowe, badanie ciągłości, wyznaczanie normy odwzorowania liniowego, sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest wieloliniowe, badanie ciągłości, wyznaczanie normy odwzorowania wieloliniowego.	10
C2	Badanie ciągłości funkcji wektorowej argumentu skalarnego, zestawienia odwzorowań, wyznaczanie granic podwójnych, iterowanych, ciągłość odwzorowań z Rm do Rn.	4
C3	Pochodna funkcji wektorowej argumentu skalarnego, wyznaczanie pochodnych kierunkowych i cząstkowych funkcji wielu zmiennych, wyznaczanie pochodnych Frecheta, postać macierzowa pochodnej.	6
C4	Różniczkowanie funkcji złożonej i odwrotnej, sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest regularne, dyfeomorfizmem, zastosowanie twierdzenia o lokalnym dyfeomorfizmie.	2
C5	Obliczanie pochodnych wyższych rzędów funkcji wielu zmiennych rzeczywistych o wartościach rzeczywistych, sprawdzanie przynależności funkcji do klasy Cn, wyznaczanie gradientu funkcji, wykorzystanie twierdzenia Taylora, obliczenia przybliżone z wykorzystaniem wzoru Taylora dla funkcji wielu zmiennych.	4

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C6	Wyznaczanie ekstremów funkcji wielu zmiennych, zastosowanie twierdzenia Sylwestera, dodatniość a dodatnia określoność pochodnej drugiego rzędu.	4
C7	Zastosowanie twierdzenia o funkcji uwikłanej (różne przypadki), wyznaczanie stycznej do krzywej danej równaniem uwikłanym, obliczanie pierwszej, drugiej pochodnej funkcji uwikłanej, wyznaczanie ekstremów funkcji uwikłanych.	6
C8	Wyznaczanie ekstremów warunkowych, zastosowania do zadań optymalizacyjnych.	4
C9	Powierzchnie stopnia drugiego.	1
C10	Wyznaczanie całek wielokrotnych po przedziałach, zastosowanie twierdzenia Fubiniego.	7
C11	Wyznaczanie całki wielokrotnej po dowolnym zbiorze, zastosowanie twierdzenia Fubiniego, zamiana kolejności iteracji, wykorzystanie interpretacji całki podwójnej, potrójnej, całkowanie z wykorzystaniem twierdzenia o zmianie zmiennych.	8
C12	Badanie ciągłości i różniczkowalności całki jako funkcji parametrów.	4

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W1	Odwzorowania liniowe i wieloliniowe ciągłe, przestrzeń L(E,F), Lk(E,F).	6
W2	Normy równoważne, równoważność norm w przestrzeniach skończenie wymiarowych, izomorfizmy i izometrie.	2
W3	Twierdzenie o otwartości zbioru izomorfizmów przestrzeni Banacha.	2
W4	Odwzorowania z Rm do Rn, ciągłość.	1
W5	Ciągłość i różniczkowalność funkcji wektorowych argumentu skalarnego.	2
W6	Pochodne kierunkowe, cząstkowe.	1
W7	Pochodna Frecheta, związki różniczkowalności z istnieniem pochodnych cząstkowych, różniczkowalność a istnienie pochodnych kierunkowych, klasa C1.	5
W8	Przykłady obliczania pochodnych odwzorowań, postać macierzowa.	2
W9	Różniczkowanie funkcji złożonej i odwrotnej, odwzorowania regularne i dyfeomorfizmy, twierdzenie o lokalnym dyfeomorfiźmie.	2
W10	Pochodna rzędu n funkcji wielu zmiennych rzeczywistych o wartościach rzeczywistych, funkcje klasy Cn, twierdzenie Taylora.	4

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W12	Ekstrema funkcji wielu zmiennych, warunek konieczny oraz warunek wystarczający istnienia ekstremum lokalnego.	4
W13	Twierdzenie o funkcji uwikłanej (różne przypadki), równanie stycznej do krzywej danej równaniem uwikłanym, druga pochodna funkcji uwikłanej, ekstrema lokalne funkcji uwikłanej.	6
W14	Ekstrema warunkowe.	3
W15	Powierzchnie stopnia drugiego.	2
W16	Definicja całki Riemanna po przedziale (wielowymiarowym), sumy całkowe górna i dolna, warunek konieczny i wystarczający na całkowalność.	4
W17	Twierdzenie o całkowalności funkcji ciągłej, przestrzeń funkcji całkowalnych w sensie Riemanna R(P), twierdzenie Fubiniego dla całki Riemanna.	6
W18	Całka wielokrotna po dowolnym zbiorze, interpretacja całki podwójnej, całkowanie po zbiorach normalnych, interpretacja całki potrójnej, twierdzenie o zmianie zmiennych, współrzędne biegunowe, walcowe, sferyczne, całka we współrzędnych biegunowych, walcowych, sferycznych, eliptycznych.	6
W19	Całka jako funkcja parametrów.	2

7 Narzędzia dydaktyczne

N1 Wykłady

N2 Konsultacje

N3 Zadania tablicowe

N4 E-learning (platforma Moodle)

8 Obciążenie pracą studenta

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	120
Konsultacje przedmiotowe	20
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	150
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
Sumaryczna liczba godzin dla przedmiotu wynikająca z całego nakładu pracy studenta	**300**
Sumaryczna liczba punktów ECTS dla przedmiotu	10.00

9 Sposoby oceny

Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej nie jest warunkiem koniecznym uzyskania zaliczenia ćwiczeń (ocena P3), ale może podwyższyć ocenę wynikającą z liczby punktów otrzymanych na przeprowadzonych kartkówkach i kolokwiach.

Ocena formująca

F1 Kolokwia i kartkówki

F2 Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej

Ocena podsumowująca

P1 Egzamin ustny

P2 Egzamin pisemny

P3 Zaliczenie ćwiczeń (F1, F2)

Warunki zaliczenia przedmiotu

W1 Ocena P3 jest oceną z ćwiczeń. Do egzaminu w pierwszym terminie mogą przystąpić wyłącznie studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń, tzn. uzyskali na przeprowadzonych kolokwiach i kartkówkach wiecej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.eń.

W2 Egzamin składa sie z części pisemnej i części ustnej. Wymagane jest zaliczenie obu części egzaminu.

W3 Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, P3.

Kryteria oceny

Efekt kształcenia 1	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
Na ocenę 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia z przedstawionej na wykładach teorii (na podstawie odpowiedzi na trzy wylosowane zagadnienia z podanej listy).
Na ocenę 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na przynajmniej jedno z wylosowanych trzech zagadnień.
Na ocenę 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na dwa z wylosowanych trzech zagadnień.
Na ocenę 4.5	Student wykazał sie wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane zagadnienia.
Na ocenę 5.0	Student wykazał sie wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student rozumiejąc zależności miedzy poznanymi pojeciami, definicjami i twierdzeniami potrafi odpowiedzieć na dodatkowe pytania zwiazane z wylosowanymi zagadnieniami.
Efekt kształcenia 2	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocene 3.
Na ocenę 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujacych tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujacych tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujacych tematyke przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujacych tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujacych tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Efekt kształcenia 3	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętnosci, o których mowa w kryterium na ocenę 3.

Na ocenę 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiazywania wskazanych zadań obejmujacych tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym wiecej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiazywania wskazanych zadań obejmujacych tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym wiecej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiazywania wskazanych zadań obejmujacych tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym wiecej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiazywania wskazanych zadań obejmujacych tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym wiecej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiazywania wskazanych zadań obejmujacych tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym wiecej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Efekt kształcenia 4	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
Na ocenę 3.0	Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na wykłady i ćwiczenia.
Na ocenę 4.0	Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach.
Na ocenę 5.0	Student wykazuje umiejetności, o których mowa w kryterium na ocenę 4. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej oraz z literatury dodatkowej.

10 Macierz realizacji przedmiotu

Efekt kształcenia	Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu	Cele przedmiotu	Treści programowe	Narzędzia dydaktyczne	Sposoby oceny
EK1	K_W01 K_W02 K_W04 K_W05 K_W07	Cel 1 Cel 2 Cel 3	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W12 W13 W14 W15 W16 W17 W18 W19	N1 N2 N4	P1
EK2	K_U01 K_U02 K_U09 K_U10 K_U12 K_U13 K_U14 K_U16 K_U18 K_U36	Cel 1 Cel 2 Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12	N1 N2 N3 N4	P2
EK3	K_U01 K_U02 K_U09 K_U10 K_U12 K_U13 K_U14 K_U16 K_U18 K_U36	Cel 1 Cel 2 Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P3
EK4	K_K01 K_K02 K_K05 K_K06 K_K07	Cel 1 Cel 2 Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12	N3 N4	F2 P3

11 Wykaz literatury

Literatura podstawowa

[1] T. Winiarska, T. Winiarski — *Wykłady z Analizy Matematycznej*, Kraków, 2010, Wyd. PK

[2] W. Kołodziej — *Analiza Matematyczna*, Warszawa, 1983, PWN

[3] W. Rudin — *Podstawy Analizy Matematycznej*, Warszawa, 1969, PWN

[4] W. Stankiewicz — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni Technicznych*, Warszawa, 1983, PWN

[5] B. Demidowicz — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka

[6] J. Banaś, S. Wędrychowicz — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2001, WNT

Literatura uzupełniająca

[1] J. Dieudonne — *Foundations of Modern Analysis*, New York and London, 1960, Academic Press

[2] L. M. Drużkowski — *Analiza Matematyczna. Podstawy*, Kraków, 1998, Wyd. UJ

[3] W. Kaczor, M. Nowak — *Zadania z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2005, PWN

12 Informacje o nauczycielach akademickich

Osoba odpowiedzialna za kartę

dr Mariusz Jużyniec (kontakt: juzyniec@pk.edu.pl)

Osoby prowadzące przedmiot

1 dr Mariusz Jużyniec (kontakt: juzyniec@pk.edu.pl)

2 dr Beata Szemberg (kontakt: szemberg@pk.edu.pl)

3 dr Magdalena Grzech (kontakt: magdag@pk.edu.pl)

13 Zatwierdzenie karty przedmiotu do realizacji

(miejscowość, data) (odpowiedzialny za przedmiot) (dziekan)

Przyjmuję do realizacji (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .