Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki

Karta przedmiotu

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2016/2017

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma sudiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

1 Informacje o przedmiocie

Nazwa przedmiotu	Wstęp do analizy matematycznej
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	Introduction to Calculus
Kod przedmiotu	WFMiI M oIS B1 16/17
Kategoria przedmiotu	Przedmioty podstawowe
Liczba punktów ECTS	10.00
Semestry	1

2 Rodzaj zajęć, liczba godzin w planie studiów

Semestr	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Laboratorium komputerowe	Seminarium	Projekt
1	60	60	0	0	0	0

3 Cele przedmiotu

Cel 1 Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości ze szkoły średniej dotyczących funkcji elementarnych oraz udoskonalenie biegłości w rozwiązywaniu równań i nierówności wykładniczych, logarytmicznych, trygonometrycznych i cyklometrycznych.

Cel 2 Wprowadzenie i zapoznanie studenta z pojęciem zbieżności na podstawie ciągów i szeregów liczbowych oraz funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej

4 Wymagania wstępne w zakresie wiedzy, umiejętności i innych kompetencji

1 Znajomość matematyki na poziomie egzaminu maturalnego.

5 Efekty kształcenia

EK1 Wiedza Student zna definicje oraz twierdzenia dotyczące zbieżności ciągów i szeregów liczbowych oraz funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej. Student zna definicję i podstawowe własności funkcji ciągłych.

EK2 Umiejętności Student potrafi spojrzeć kompleksowo na wprowadzoną teorię zbieżności, umie stosować poznane twierdzenia rozwiązując zadania przekrojowe dotyczące sprawdzania zbieżności ciągów i szeregów liczbowych, wyznaczania i zastosowania granicy funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej.

EK3 Umiejętności Student potrafi określić i wykorzystać podstawowe własności funkcji elementarnych do sprawdzania tożsamości oraz rozwiązywania równań i nierówności, w których one występują. Student umie rozwiązywać zadania cząstkowe dotyczące własności i zbieżności ciągów i szeregów liczbowych oraz granicy funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej.

EK4 Kompetencje społeczne Student regularnie i aktywnie uczestniczy w zajęciach. Student rozpoznaje braki w swojej wiedzy i próbuje je uzupełniać pracując z materiałami dodatkowymi umieszczonymi na platformie e-learningowej oraz korzystając z literatury.

6 Treści programowe

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W1	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości ze szkoły średniej: elementarne pojęcia teorii zbiorów; zbiory liczb; kresy zbiorów - definicja i własności. Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości dotyczących potęgi o wykładniku naturalnym, całkowitym, wymiernym i (informacyjnie) rzeczywistym; powtórzenie i uzupełnienie wiadomości o logarytmach i prawach rachunku logarytmów. Pojęcie funkcji zmiennej rzeczywistej o wartościach rzeczywistych i jej ogólne własności - monotoniczność, ograniczoność, okresowość, parzystość i nieparzystość, iniekcja, suriekcja, bijekcja. Funkcje elementarne i ich podstawowe własności.	12
W2	Ciągi liczbowe: definicja i przykłady, w szczególności przypomnienie pojęcia ciągu arytmetycznego i geometrycznego oraz ich własności. Ciąg ograniczony: definicja i przykłady; supremum i infimum ciągu. Ciąg monotoniczny: definicja i przykłady.	4
W3	Granica właściwa ciągu liczbowego: definicja, przykłady; podstawowe własności ciągu zbieżnego. Granica niewłaściwa ciągu liczbowego i jej własności.	4
W4	Podstawowe twierdzenia rachunku granic (arytmetyka granic ciągów). Twierdzenie o trzech ciągach. Twierdzenie o ciągu monotonicznym i ograniczonym. Granice specjalne. Podciąg ciągu liczbowego, punkty skupienia ciągu, granica górna i dolna ciągu, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa o podciągu ciągu ograniczonego.	6
W5	Ciąg Cauchy'ego: definicja i przykłady. Zupełność prostej rzeczywistej.	2
W6	Szeregi liczbowe i ich zbieżność: definicja i przykłady. Warunek Cauchy'ego i warunek konieczny zbieżności. Operacje na szeregach.	2

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W7	Szeregi o wyrazach nieujemnych, kryteria zbieżności: porównawcze, graniczne, Cauchy'ego, d'Alemberta, Raabego; kryterium Cauchy'ego o zagęszczaniu; Kryterium zbieżności szeregu harmonicznego rzędu p.	6
W8	Szeregi o wyrazach dowolnych znaków, kryteria zbieżności: Dirichleta, Leibniza, Abela. Zbieżność bezwzględna i jej związek ze zbieżnością. Prawo łączności dla szeregów. Zbieżność bezwarunkowa; twierdzenie o zbieżności bezwzględnej i bezwarunkowej szeregów; twierdzenie Riemanna.	6
W9	Iloczyn Cauchy'ego szeregów. Twierdzenie Mertensa.	2
W10	Definicja granicy funkcji w punkcie w sensie Cauchy'ego i Heinego i ich równoważność; granica funkcji w nieskończoności; granice jednostronne i ich związek z granicą funkcji; granice niewłaściwe.	2
W11	Własności granicy funkcji; twierdzenie o trzech funkcjach; arytmetyka granic funkcji. Granice specjalne. Asymptoty wykresu funkcji.	5
W12	Definicja funkcji ciągłej; twierdzenia o ciągłości sumy, iloczynu, ilorazu i złożenia funkcji ciągłych. Rodzaje nieciągłości.	2
W13	Twierdzenia Weierstrassa o ograniczoności funkcji ciągłej i o osiąganiu kresów. Własność Darboux. Ciągłość funkcji odwrotnej. Funkcje jednostajnie ciągłe.	5
W14	Uzupełnienie wiadomości o funkcjach elementarnych. Ciągłość funkcji elementarnych	2

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C1	Rozwiązywanie równań i nierówności, w których występują funkcje wymierne, potęgowe, wykładnicze, logarytmiczne (w tym wykonywanie działań na potęgach i logarytmach).	6
C2	Określanie dziedziny i zbioru wartości, rysowanie wykresu funkcji oraz składanie odwzorowań na przykładzie funkcji cyklometrycznych i trygonometrycznych. Dowodzenie tożsamości trygonometrycznych i cyklometrycznych, rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych.	6
C3	Sprawdzanie, czy ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny. Wyznaczanie sum częściowych wyrazów tych ciągów. Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągów arytmetycznych i geometrycznych. Badanie monotoniczności i ograniczoności ciągów liczbowych.	4
C4	Badanie zbieżności ciągów liczbowych z definicji; badanie rozbieżności do nieskończoności z definicji. Liczenie granic ciągów liczbowych przy użyciu poznanych twierdzeń i granic specjalnych. Dowodzenie prostych własności dotyczących ciągów zbieżnych.	8

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C5	Wyznaczanie punktów skupienia ciągu liczbowego oraz jego granicy dolnej i górnej. Sprawdzanie, czy ciąg liczbowy spełnia warunek Cauchy'ego.	4
C6	Wyznaczanie sumy częściowej szeregu i jej granicy, a następnie określanie na tej podstawie zbieżności szeregu. Sprawdzanie warunku koniecznego zbieżności szeregu.	2
C7	Badanie zbieżności szeregów liczbowych o wyrazach nieujemnych przy pomocy poznanych na wykładzie kryteriów.	6
C8	Badanie zbieżności szeregów o wyrazach dowolnego znaku ze szczególnym uwzględnieniem szeregów naprzemiennych i kryterium Leibniza. Określanie zbieżności bezwzględnej i warunkowej szeregów.	6
C9	Przykłady ilustrujące twierdzenie Riemanna. Wyznaczanie iloczynu Cauchy'ego szeregów.	2
C10	Badanie istnienia granicy funkcji w punkcie i w nieskończoności. Wyznaczanie granic funkcji przy użyciu poznanych twierdzeń.	6
C11	Wyznaczanie asymptot wykresu funkcji zmiennej rzeczywistej. Szkicowanie wykresów funkcji na podstawie wyznaczonych asymptot.	4
C12	Sprawdzanie ciągłości funkcji. Wyznaczanie punktów nieciągłości i określanie ich rodzaju. Zastosowania własności Darboux i twierdzenia Weierstrassa o przyjmowaniu kresów	6

7 Narzędzia dydaktyczne

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Konsultacje

N4 E-Learning (platforma Moodle)

8 Obciążenie pracą studenta

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	120
Konsultacje przedmiotowe	20
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	100
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
zapoznanie się z materiałami na platformie e-learningowej	50
Sumaryczna liczba godzin dla przedmiotu wynikająca z całego nakładu pracy studenta	**300**
Sumaryczna liczba punktów ECTS dla przedmiotu	10.00

9 Sposoby oceny

Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej nie jest warunkiem koniecznym uzyskania zaliczenia ćwiczeń (ocena P3), ale może podwyższyć ocenę wynikającą z liczby punktów otrzymanych na przeprowadzonych kartkówkach i kolokwiach.

Ocena formująca

F1 Kolokwia i kartkówki

F2 Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej

Ocena podsumowująca

P1 Egzamin ustny

P2 Egzamin pisemny

P3 Zaliczenie ćwiczeń (F1& F2)

Warunki zaliczenia przedmiotu

W1 Ocena P3 jest oceną z ćwiczeń. Do egzaminu w pierwszym terminie mogą przystąpić wyłącznie studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń, tzn. uzyskali na przeprowadzonych kolokwiach i kartkówkach więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

W2 Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej. Wymagane jest zaliczenie obu części egzaminu.

W3 Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, P3.

Kryteria oceny

Efekt kształcenia 1	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał wiedzy, o której mowa w kryterium na ocenę 3.
Na ocenę 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia z teorii ciągów i szeregów liczbowych oraz z teorii granic i ciągłości funkcji (na podstawie odpowiedzi na trzy wylosowane zagadnienia z podanej listy).
Na ocenę 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na przynajmniej jedno z wylosowanych trzech zagadnień.
Na ocenę 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na dwa z wylosowanych trzech zagadnień.
Na ocenę 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane zagadnienia.
Na ocenę 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student rozumiejąc zależności między poznanymi pojęciami, definicjami i twierdzeniami potrafi odpowiedzieć na dodatkowe pytania związane z wylosowanymi zagadnieniami.
Efekt kształcenia 2	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
Na ocenę 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Efekt kształcenia 3	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.

Na ocenę 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Na ocenę 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
Efekt kształcenia 4	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
Na ocenę 3.0	Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na wykłady i ćwiczenia.
Na ocenę 4.0	Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach.
Na ocenę 5.0	Student wykazuje umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej oraz z literatury dodatkowej.

10 Macierz realizacji przedmiotu

Efekt kształcenia	Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu	Cele przedmiotu	Treści programowe	Narzędzia dydaktyczne	Sposoby oceny
EK1	K_W02 K_W03 K_W04 K_W05 K_W06	Cel 2	W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13 W14	N1 N3 N4	P1

Efekt kształcenia	Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu	Cele przedmiotu	Treści programowe	Narzędzia dydaktyczne	Sposoby oceny
EK2	K_U01 K_U02 K_U03 K_U09 K_U10 K_U36	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12	N1 N2 N3 N4	P2
EK3	K_U01 K_U02 K_U03 K_U09 K_U10 K_U36	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P3
EK4	K_K01 K_K02 K_K06	Cel 2	C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12	N2 N4	F2 P3

11 Wykaz literatury

Literatura podstawowa

[1] M. Gewert, Z. Skoczylas — *Wstęp do analizy i algebry*, Wrocław, 2009, GiS

[2] M. Gewert, Z. Skoczylas — *Analiza matematyczna 1,2*, Wrocław, 2009, GiS

[3] T. Winiarska, T. Winiarski — *Wykłady z analizy matematycznej, część I*, Kraków, 2010, Wyd. PK

[4] R. Rudnicki — *Wykłady z analizy matematycznej*, Warszawa, 2006, PWN

[5] J. Banaś, S. Wędrychowicz — *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, Warszawa, 2006, WNT

[6] B.P. Demidowicz — *Zbiór zadań i ćwiczeń z analizy matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka

Literatura uzupełniająca

[1] W. Kołodziej — *Analiza matematyczna*, Warszawa, 2010, PWN

[2] W. Rudin — *Podstawy analizy matematycznej*, Warszawa, 2009, PWN

[3] W. Kaczor, M. Nowak — *Zadania z analizy matematycznej, t.1, t.2*, Warszawa, 2005, PWN

[4] W. Krysicki, L. Włodarski — *Analiza matematyczna w zadaniach*, Warszawa, 2002, PWN

[5] W. Stankiewicz — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych*, Warszawa, 1998, PWN

[6] G.M. Fichtenholz — *Rachunek różniczkowy i całkowy*, Warszawa, 2007, PWN

12 Informacje o nauczycielach akademickich

Osoba odpowiedzialna za kartę

dr Beata Szemberg (kontakt: szemberg@pk.edu.pl)

Osoby prowadzące przedmiot

1 dr Beata Szemberg (kontakt: `szemberg@pk.edu.pl`)

2 dr Mariusz Jużyniec (kontakt: `juzyniec@pk.edu.pl`)

3 dr Anna Bistroń (kontakt: `bistron@usk.pk.edu.pl`)

4 dr Katarzyna Urbańska (kontakt: `kurbansk@pk.edu.pl`)

13 Zatwierdzenie karty przedmiotu do realizacji

(miejscowość, data) (odpowiedzialny za przedmiot) (dziekan)

Przyjmuję do realizacji (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .