

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2018/2019

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Informatyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: I

Stopień studiów: I

Specjalności: Brak specjalności

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|   |                       |
|---|-----------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Algebra z geometrią   |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Algebra with geometry |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WFMiI I oIS B1 18/19  |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty podstawowe |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 5.00                  |
| SEMESTRY                                | 1                     |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 1       | 30     | 30        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Wprowadzenie podstawowych pojęć z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych.

**Cel 2** Wprowadzenie podstawowych pojęć z zakresu geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz z zakresu arytmetyki modularnej.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 brak wymagań wstępnych

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student objaśnia podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych

**EK2 Umiejętności** Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy i wyznacznik macierzy, rozwiązać układ równań liniowych, wykonywać działania na liczbach zespolonych

**EK3 Wiedza** Student objaśnia podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej

**EK4 Umiejętności** Student potrafi rozwiązać proste zadanie z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej, potrafi się posługiwać prostymi metodami arytmetyki modularnej

**EK5 Kompetencje społeczne** Student potrafi zaprezentować posiadaną wiedzę i umiejętności z zakresu przedmiotu używając profesjonalnej terminologii

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD    |  |                  |
|-----------|--|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH   | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Wstęp do matematyki: iloczyn kartezjański, relacja, relacja równoważnościowa, iloraz zbioru przez relację, funkcje, działania na funkcjach, funkcja odwrotna, przykłady.   | 3                |
| <b>W2</b> | Struktury algebraiczne: działania, grupa, pierścień, pierścień wielomianów, ciało.   | 2                |
| <b>W3</b> | Ciało liczb zespolonych: liczba zespolona, działania na liczbach zespolonych, postać trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej, działania na nich, twierdzenie de Moivre'a, pierwiastkowanie liczb zespolonych, podstawowe twierdzenie algebry. | 2                |
| <b>W4</b> | Rachunek wektorowy w $R^2$ i $R^3$ : przestrzeń afiniczna, iloczyn skalarny, wektorowy, mieszany.  | 2                |
| <b>W5</b> | Geometria analityczna w $R^2$ i $R^3$ : krzywe stożkowe, prosta i płaszczyzna w $R^3$ .  | 2                |
| <b>W6</b> | Przestrzenie wektorowe i odwzorowania liniowe: przestrzeń wektorowa, podprzestrzeń generowana, liniowa niezależność wektorów, baza, wymiar, definicja i własności odwzorowania liniowego.  | 2                |
| <b>W7</b> | Macierze: reprezentacja macierzowa, działania na macierzach, macierz transponowana, symetryczna i antysymetryczna, odwrotna, forma liniowa, dwuliniowa, wieloliniowa.  | 2                |
| <b>W8</b> | Wyznaczniki: definicja, własności.   | 2                |
| <b>W9</b> | Wyznaczniki: rozwinięcie Laplace'a, twierdzenie Cauchyego, wzory Kramera, wzory na elementy macierzy odwrotnej.  | 2                |

| WYKŁAD     |  |                  |
|------------|--|------------------|
| LP         | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH   | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W10</b> | Układy równań liniowych: twierdzenie Kroneckera - Capelliego, własności rozwiązań układów jednorodnych i niejednorodnych.  | 2                |
| <b>W11</b> | Metoda eliminacji Gaussa i jej zastosowania.   | 2                |
| <b>W12</b> | Podzielność liczb: własności relacji podzielności, dzielnik, dzielnik właściwy, liczba pierwsza, twierdzenie o rozkładzie na czynniki pierwsze, wnioski. Największy wspólny dzielnik, najmniejsza wspólna wielokrotność. | 2                |
| <b>W13</b> | Algorytm Euklidesa, uogólniony algorytm Euklidesa, funkcja Eulera.   | 2                |
| <b>W14</b> | Arytmetyka modularna: własności kongruencji, działania, liczba odwrotna modulo, warunki.   | 1                |
| <b>W15</b> | Rozwiązywanie kongruencji liniowych: małe twierdzenie Fermata, uogólnione małe twierdzenie Fermata, chińskie twierdzenie o resztach, wnioski.  | 2                |

| ĆWICZENIA  |  |                  |
|------------|--|------------------|
| LP         | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b>  | Wstęp do matematyki.                                   | 3                |
| <b>C2</b>  | Struktury algebraiczne.                                | 3                |
| <b>C3</b>  | Ciało liczb zespolonych.                               | 2                |
| <b>C4</b>  | Rachunek wektorowy w $R^2$ i $R^3$                     | 2                |
| <b>C5</b>  | Geometria analityczna w $R^2$                          | 2                |
| <b>C6</b>  | Przestrzenie wektorowe i odwzorowania liniowe.         | 2                |
| <b>C7</b>  | Macierze.  | 2                |
| <b>C8</b>  | Wyznaczniki i ich zastosowanie.                        | 2                |
| <b>C9</b>  | Układy równań liniowych.                               | 2                |
| <b>C10</b> | Metoda eliminacji Gaussa.                              | 2                |
| <b>C11</b> | Podzielność liczb.                                     | 2                |
| <b>C12</b> | Algorytmy Euklidesa.                                   | 2                |
| <b>C13</b> | Arytmetyka modularna.                                  | 2                |
| <b>C14</b> | Rozwiązywanie kongruencji liniowych.                   | 2                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Dyskusja

N4 Konsultacje

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI   | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--|---|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |   |
| Godziny wynikające z planu studiów   | 60  |
| Konsultacje przedmiotowe   | 10  |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji  | 10  |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |   |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 70  |
| Opracowanie wyników  | 0   |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji   | 0   |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>150</b>  |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU  | 5.00  |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

F2 Zadanie tablicowe

F3 Odpowiedź ustna

F4 Aktywność i przygotowanie do zajęć

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

P2 Test

P3 Średnia ważona ocen formujących

**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU**

**W1** 1. Zaliczenie ćwiczeń mogą uzyskać tylko studenci, którzy regularnie uczęszczali na ćwiczenia

**W2** 2. Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy wcześniej uzyskali zaliczenie ćwiczeń

**W3** 3. Egzamin składa się z części pisemnej, zawierającej zadania oraz z testu.

**W4** 4. Ocena końcowa jest średnią ważoną z ocen P1-P3.

**OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA**

**B1** Podstawą oceny aktywności bez udziału nauczyciela jest omawianie sposobów rozwiązywania zadań domowych na ćwiczeniach z udziałem poszczególnych studentów.

**KRYTERIA OCENY**

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |  |
|---------------------|--|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć z jednej z następujących dziedzin: struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych   |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory  |
| NA OCENĘ 4.0        | Student logicznie wyjaśnia podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory   |
| NA OCENĘ 4.5        | Student logicznie wyjaśnia podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń.             |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wyjaśnia z pełnym zrozumieniem podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |  |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi obliczyć iloczynu macierzy lub wyznacznika macierzy, lub rozwiązać układu równań liniowych do wymiaru 3x3 lub nie potrafi wykonać prostego działania na liczbach zespolonych   |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rozwiązać układ równań liniowych do wymiaru 3x3 i potrafi wykonać proste działania na liczbach zespolonych   |

|                     |  |
|---------------------|--|
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi wykonać proste działania na liczbach zespolonych i używać postaci trygonometrycznej liczby zespolonej  |
| NA OCENĘ 4.0        | Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rząd macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi zastosować metodę rozwinięcia Laplace i metodę eliminacji Gaussa, potrafi wykonać działania na liczbach zespolonych i używać postaci trygonometrycznej liczby zespolonej  |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rząd macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi zastosować metodę rozwinięcia Laplace i metodę eliminacji Gaussa, potrafi zbadać istnienie i jednoznaczność rozwiązania układu równań $m \times n$ , znaleźć to rozwiązanie, rozwiązać układ równań z parametrem, potrafi wykonać działania na liczbach zespolonych, używać postaci trygonometrycznej i wykładniczej liczby zespolonej  |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi obliczyć iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rząd macierzy, rozwiązać układ równań liniowych dowolnego wymiaru, potrafi zastosować metodę rozwinięcia Laplace i metodę eliminacji Gaussa, potrafi zbadać istnienie i jednoznaczność rozwiązania układu równań $m \times n$ , znaleźć to rozwiązanie, rozwiązać układ równań z parametrem, potrafi wykonać działania na liczbach zespolonych, używać postaci trygonometrycznej i wykładniczej liczby zespolonej z pełnym zrozumieniem wykorzystanych metod |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |  |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna podstawowych pojęć z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej lub podstawowych pojęć z zakresu arytmetyki modularnej   |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej  |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory   |
| NA OCENĘ 4.0        | Student logicznie wyjaśnia podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory  |
| NA OCENĘ 4.5        | Student logicznie wyjaśnia podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń.  |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wyjaśnia z pełnym zrozumieniem podstawowe pojęcia z geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz podstawowe pojęcia z zakresu arytmetyki modularnej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń.  |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |  |

|                     |  |
|---------------------|--|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi obliczyć iloczynu skalarnego, wektorowego lub mieszanego lub nie potrafi rozwiązać prostego zadania z geometrii analitycznej wymagającego znajomości równań prostej i/lub płaszczyzny lub nie potrafi wykonać algorytmu Euklidesa i znaleźć liczby odwrotnej modulo  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać proste zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań prostej i/lub płaszczyzny, potrafi wykonać zwykły i rozszerzony algorytm Euklidesa   |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań prostej i/lub płaszczyzny, potrafi wykonać zwykły i rozszerzony algorytm Euklidesa i znaleźć liczbę odwrotną modulo $n$   |
| NA OCENĘ 4.0        | Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań krzywych stożkowych, potrafi wykorzystać różne rodzaje równań prostej i płaszczyzny, potrafi rozwiązać kongruencje liniowe  |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań krzywych stożkowych i stycznych do nich, potrafi wykorzystać różne rodzaje równań prostej i płaszczyzny, potrafi rozwiązać układ kongruencji liniowych  |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi obliczyć iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązać zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań krzywych stożkowych i stycznych do nich, potrafi wykorzystać różne rodzaje równań prostej i płaszczyzny, potrafi rozwiązać układ kongruencji liniowych, z pełnym zrozumieniem zastosowanych metod |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 5 |  |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi przedstawić uzyskanej w trakcie nauki metody rozwiązania rozważanego problemu w ogólnym zarysie..  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi przedstawić uzyskaną w trakcie nauki metodę rozwiązania rozważanego problemu w ogólnym zarysie.  |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi przedstawić uzyskaną w trakcie nauki metodę rozwiązania rozważanego problemu w sposób zrozumiały dla innych uczestników zajęć.   |
| NA OCENĘ 4.0        | Student potrafi przedstawić własną lub uzyskaną w trakcie nauki metodę rozwiązania rozważanego problemu w sposób w pełni zrozumiały dla innych uczestników zajęć.  |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi przedstawić własną lub uzyskaną w trakcie nauki metodę rozwiązania rozważanego problemu w sposób w pełni zrozumiały dla innych uczestników zajęć. Potrafi podjąć dyskusję i bronić przyjętego rozwiązania na podstawie ogólnie przyjętych zasad.   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi przedstawić własną lub uzyskaną w trakcie nauki metodę rozwiązania rozważanego problemu w sposób jasny, zrozumiały i przekonujący dla innych uczestników zajęć. Potrafi podjąć dyskusję i bronić przyjętego rozwiązania na podstawie ogólnie przyjętych zasad.   |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE   | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY        |
|-------------------|--|-----------------|---|-----------------------|----------------------|
| EK1               | I1_W01   | Cel 1           | W1 W2 W3 W6<br>W7 W8 W9 W10<br>W11 C1 C2 C3<br>C6 C7 C8 C9<br>C10 | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 F3 P1 P2<br>P3 |
| EK2               | I1_U01   | Cel 1           | W1 W2 W3 W6<br>W7 W8 W9 W10<br>W11 C1 C2 C6<br>C7 C8 C9 C10       | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 F3 P1 P2<br>P3 |
| EK3               | I1_W01   | Cel 2           | W4 W5 W12<br>W13 W14 W15<br>C4 C5 C11 C12<br>C13 C14              | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 F3 P1 P2<br>P3 |
| EK4               | I1_U01   | Cel 2           | W4 W5 W12<br>W13 W14 W15<br>C4 C5 C11 C12<br>C13 C14              | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 F3 P1 P2<br>P3 |
| EK5               | I1_K03 I1_K04  | Cel 1 Cel 2     | C1 C2 C3 C4 C5<br>C6 C7 C8 C9<br>C10 C11 C12<br>C13 C14           | N2 N3 N4              | F2 F3                |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] T. Trajdos — *Matematyka, cz. III*, Warszawa, 1999, WNT
- [2 ] W. Stankiewicz — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych.*, Warszawa, 1998, PWN
- [3 ] W. Krywicki, L. Włodarski — *Analiza matematyczna w zadaniach, cz. I.*, Warszawa, 2002, PWN
- [4 ] B. Gdowski, R. Pluciński — *Zadania z rachunku wektorowego i geometrii analitycznej*, Warszawa, 1982, PWN
- [5 ] Autor T. Jurlewicz, Z. Skoczylas — *Algebra i Geometria Analityczna*, Wrocław, 2017, GiS



**LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA**

[1 ] **A.Piękosz** — *Algebra liniowa*, Kraków, 2009, Wyd.PK

[2 ] **J. Koroński** — *Wykłady i ćwiczenia z matematyki*, Kraków, 2008, Wyd. PK

**12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH****OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ**

dr Katarzyna Pałasińska (kontakt: kpalasin@pk.edu.pl)

**OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT**

1 Dr Katarzyna Pałasińska (kontakt: kpalasin@pk.edu.pl)

2 Dr Artur Piękosz (kontakt: apiekosz@pk.edu.pl)

3 Dr Witold Obłozą (kontakt: obloza@pk.edu.pl)

4 Dr Anna Valette (kontakt: anna.valette@gmail.com)

**13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI**

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....  
.....  
.....