

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2018/2019

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Informatyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: I

Stopień studiów: I

Specjalności: Brak specjalności

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|   |                       |
|---|-----------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Analiza matematyczna  |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Mathematical analysis |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WFMiI I oIS B3 18/19  |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty podstawowe |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 10.00                 |
| SEMESTRY                                | 1 2                   |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 1       | 30     | 30        | 0            | 0                                | 0          | 0       |
| 2       | 30     | 30        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Nabycie wiadomości teoretycznych i umiejętności rachunkowych w zakresie rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych wraz z szeregami liczbowymi i funkcyjnymi oraz ze wstępem do równań różniczkowych. Zapoznanie studentów z wybranymi strukturami współczesnej analizy

matematycznej. Szczególny nacisk skierowany jest na samodzielne myślenie studenta oraz na wypracowanie umiejętności stosowania wprowadzonych pojęć i metod analizy matematycznej w praktyce.

#### 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- 1 Do studiowania pierwszego semestru wymagana jest zaliczona matura z matematyki najlepiej na poziomie rozszerzonym. Przed rozpoczęciem studiowania drugiego semestru należy zaliczyć analizę matematyczną w zakresie pierwszego semestru i algebrą liniową.

#### 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

- EK1 Wiedza** Student zna podstawowe pojęcia logiki i teorii zbiorów, a w szczególności: prawo kontrapozycji, formy zdaniowe i kwantyfikatory. Ponadto student zna ogólne pojęcie odwzorowania i podstawowe własności odwzorowań, a także pojęcia: metryki, przestrzeni metrycznej oraz przestrzeni liniowej unormowanej zupełnej i przestrzeni unitarnej.
- EK2 Umiejętności** Student potrafi stosować prawo kontrapozycji i właściwie posługiwać się kwantyfikatorami w kontekście form zdaniowych. Ponadto student potrafi sprawdzać podstawowe własności odwzorowań, a także umie sprawdzać, że konkretne odwzorowania są lub nie są metrykami i umie rysować kule w określonych przestrzeniach metrycznych.
- EK3 Wiedza** Student zna podstawowe twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych. Ponadto student zna podstawowe twierdzenia związane z szeregami funkcyjnymi, w tym z szeregami Taylora, Maclaurina i Fouriera.
- EK4 Umiejętności** Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych. Ponadto student umie rozwiązywać zadania związane z podstawowymi twierdzeniami dotyczącymi szeregów funkcyjnych Taylora, Maclaurina i Fouriera.
- EK5 Wiedza** Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć.
- EK6 Umiejętności** Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami.
- EK7 Wiedza** Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji rzeczywistych jednej zmiennej i całki oznaczonej Riemanna dla funkcji jednej i wielu zmiennych ( w szczególności dla funkcji dwóch i trzech zmiennych ) oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek.
- EK8 Umiejętności** Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych.
- EK9 Wiedza** Student zna podstawowe, twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych, szczególnie liniowych rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto zna pojęcia całek krzywoliniowych skierowanych i nieskierowanych oraz całek powierzchniowych niezorientowanych i zorientowanych, oraz podstawowe twierdzenia dotyczące obliczania i zastosowań tych całek wraz z twierdzeniem Gaussa o dywergencji i twierdzeniem Stokesa.
- EK10 Umiejętności** Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, w szczególności liniowe rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe skierowane i nieskierowane oraz całki powierzchniowe niezorientowane i zorientowane oraz umie w zadaniach stosować twierdzenie Gaussa o dywergencji ( dawniej zwane twierdzeniem Gaussa-Ostrogradskiego ) i twierdzenie Stokesa.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD |   |                  |
|--------|---|------------------|
| LP     | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH  | LICZBA<br>GODZIN |
| W1     | Elementarne pojęcia logiki i teorii zbiorów. Pojęcie odwzorowania. Ogólne własności odwzorowań.   | 2                |
| W2     | Definicja metryki i przestrzeni metrycznej, przykłady metryk, definicja kuli, definicja zbioru otwartego, ciąg zbieżny, definicja granicy ciągu w przestrzeni metrycznej, zbieżność w konkretnych przestrzeniach metrycznych $R$ i kartezjańskiej $n$ -wymiarowej, warunek Cauchyego, zbieżność ciągu w przestrzeni metrycznej. | 2                |
| W3     | Definicja przestrzeni zupełnej. Informacyjnie przestrzenie liniowe, unormowane, unitarne, przestrzenie Banacha i przestrzenie Hilberta.   | 2                |
| W4     | Ciągi liczbowe; zbieżność ciągu liczbowego, podstawowe twierdzenia o ciągach (np. twierdzenie o ciągu monotonicznym, twierdzenie o trzech ciągach), granice dla ciągów specjalnej postaci.  | 2                |
| W5     | Szeregi liczbowe i ich zbieżność, warunek konieczny zbieżności szeregu, szeregi o wyrazach nieujemnych, kryteria zbieżności, szeregi o wyrazach dowolnych, kryterium Leibniza.  | 2                |
| W6     | Granica i ciągłość funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Twierdzenia o funkcjach ciągłych.  | 2                |
| W7     | Klasa funkcji elementarnych. Funkcje cyklometryczne, funkcje hiperboliczne oraz granice wybranych funkcji specjalnej postaci.   | 2                |
| W8     | Pochodne i różniczki funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej. Ogólne reguły różniczkowania. Twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej i twierdzenie o pochodnej funkcji odwrotnej. Bezpośrednie wzory rachunku różniczkowego.   | 2                |
| W9     | Podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego: de l'Hospitala, Rollea, Lagrangea, Cauchyego.  | 2                |
| W10    | Pochodne i różniczki wyższych rzędów funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Twierdzenie Taylora. Wzór Taylora i wzór Maclaurina.   | 2                |
| W11    | Ekstrema funkcji. Monotoniczność funkcji. Wklęsłość i wypukłość wykresu funkcji. Punkty przegięcia funkcji. Asymptoty ukośne funkcji. Badanie przebiegu zmienności funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej.   | 2                |
| W12    | Całka nieoznaczona, własności całki nieoznaczonej. Bezpośrednie wzory rachunku całkowego. Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie i twierdzenie o całkowaniu przez części dla całki nieoznaczonej.  | 2                |
| W13    | Całkowanie podstawowych klas funkcji: funkcji wymiernych, funkcji niewymiernych i niektórych funkcji trygonometrycznych.  | 2                |
| W14    | Całka oznaczona Riemanna funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej. Własności całki oznaczonej. Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie i twierdzenie o całkowaniu przez części dla całki oznaczonej. Funkcja górnej granicy całkowania i wartość średnia funkcji.   | 2                |

| WYKŁAD |  |                  |
|--------|--|------------------|
| LP     | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH   | LICZBA<br>GODZIN |
| W15    | Całki niewłaściwe. Zastosowania geometryczne całki pojedynczej. Fizyczne i techniczne zastosowania całki pojedynczej.  | 2                |
| W16    | Funkcje wielu zmiennych - granica i ciągłość, pochodne cząstkowe, gradient funkcji. Pochodna kierunkowa.   | 2                |
| W17    | Różniczkowanie odwzorowań z przestrzeni kartezjańskiej n-wymiarowej do przestrzeni kartezjańskiej m-wymiarowej, Różniczkowanie funkcji wielu zmiennych i funkcji złożonej. Wzór Taylora dla funkcji wielu zmiennych.   | 2                |
| W18    | Całki podwójne. Własności całek podwójnych. Twierdzenie Fubniego o iteracji. Obliczanie całek podwójnych w obszarach normalnych. Twierdzenie o zamianie zmiennych dla całek podwójnych . Zastosowania całek podwójnych.  | 2                |
| W19    | Całki potrójne. Własności całek potrójnych. Obliczanie całek potrójnych w obszarach normalnych. Twierdzenia o zamianie zmiennych dla całek potrójnych . Zastosowania całek potrójnych.   | 2                |
| W20    | Wprowadzenie do równań różniczkowych zwyczajnych. Definicja równania różniczkowego. Definicja rozwiązania równania różniczkowego. Zagadnienie Cauchyego dla równań rzędu I i II. Równania różniczkowe o zmiennych rozdzielonych. Równania różniczkowe jednorodne względem zmiennych. | 2                |
| W21    | Równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego - metoda wariacji stałej i metoda przewidywania. Równanie Bernoulliego. Równanie zupełne.  | 2                |
| W22    | Równanie różniczkowe liniowe 2-go rzędu o stałych współczynnikach, metoda wariacji stałych, metoda przewidywań. Równania różniczkowe liniowe rzędu n-tego o stałych współczynnikach informacyjnie.   | 2                |
| W23    | Ciągi i szeregi funkcyjne. Zbieżność punktowa i jednostajna. Szeregi potęgowe: szereg Taylora, Maclaurina i Fouriera.  | 2                |
| W24    | Zastosowanie szeregów potęgowych do obliczania całek oznaczonych i do rozwiązywania zagadnień Cauchyego dla równań różniczkowych zwyczajnych. Informacyjnie szeregi trygonometryczne Fouriera.   | 2                |
| W25    | Całki krzywoliniowa skierowana. Twierdzenie o zamianie całki krzywoliniowej skierowanej na całkę oznaczoną. Twierdzenie Greena. Niezależność całki krzywoliniowej skierowanej od drogi całkowania.   | 2                |
| W26    | Całka krzywoliniowa nieskierowana. Własności całki krzywoliniowej nieskierowanej i jej zastosowanie. Twierdzenie o zamianie całki krzywoliniowej nieskierowanej na całkę oznaczoną.  | 2                |
| W27    | Całki powierzchniowe niezorientowane. Własności całek powierzchniowych niezorientowanych. Obliczanie całek powierzchniowych niezorientowanych i ich zastosowanie.  | 2                |
| W28    | Całki powierzchniowe zorientowane. Własności całek powierzchniowych zorientowanych. Obliczanie całek powierzchniowych zorientowanych i ich zastosowanie.   | 2                |

| WYKŁAD     |   |                  |
|------------|---|------------------|
| LP         | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH  | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W29</b> | Twierdzeniem Gaussa o dywergencji ( zwane dawniej twierdzeniem Gaussa-Ostrogradskiego ) i twierdzenie Stokesa. Pole wektorowe. Wybrane operatory różniczkowe: gradient, rotacja, dywergencja, operator nabra.   | 2                |
| <b>W30</b> | Elementarne pojęcia teorii pól wektorowych. Pole potencjalne. Praca w polu potencjalnym. Strumień rotacji wektora przez powierzchnię. Twierdzenie Stokesa w języku pola wektorowego. Strumień wektora przez powierzchnię. Twierdzenia Gaussa o dywergencji ( dawniej zwanego tw. Gaussa-Ostrogradskiego) w języku pola wektorowego. | 2                |

| ĆWICZENIA |   |                  |
|-----------|---|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH  | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących zdań logicznych, form zdaniowych i algebry zbiorów ze szczególnym uwzględnieniem roli prawa kontrapozycji i kwantyfikatorów.  | 2                |
| <b>C2</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących dziedziny odwzorowań (funkcji zmiennej rzeczywistej o wartościach rzeczywistych) i ogólnych własności odwzorowań: iniekcji, suriekcji, bijekcji, parzystości, nieparzystości i składania odwzorowań.  | 3                |
| <b>C3</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących metryk sprawdzanie, że dane odwzorowanie jest metryką. Rysowanie kul w różnych przestrzeniach metrycznych.  | 2                |
| <b>C4</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągów liczbowych. Zadania dotyczące monotoniczności i zbieżności ciągów liczbowych i podstawowych twierdzeń o ciągach (np. twierdzenie o ciągu monotonicznym, twierdzenie o trzech ciągach), a także zadania wykorzystujące twierdzenia o granicach dla ciągów specjalnej postaci. | 3                |
| <b>C5</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących szeregów liczbowych i ich zbieżności, warunku koniecznego zbieżności szeregu, kryteriów zbieżności szeregów o wyrazach nieujemnych i kryteriów zbieżności szeregów o wyrazach dowolnych wraz z uwzględnieniem kryterium Leibniza i kryterium bezwzględnej zbieżności szeregów.      | 3                |
| <b>C6</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących pojęcia granicy i ciągłości funkcji jednej zmiennej rzeczywistej, funkcji złożonej, funkcji odwrotnej, funkcji cyklometrycznych i granic wybranych funkcji specjalnej postaci.  | 3                |
| <b>C7</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących pochodnych i różniczek pierwszego i wyższych rzędów funkcji jednej zmiennej rzeczywistej, twierdzenia: de l'Hospitala, Rollea, Lagrangea, Cauchyego i Taylora.  | 3                |
| <b>C8</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących ekstremów funkcji. Zadania dotyczące pełnego badania przebiegu zmienności funkcji jednej zmiennej.  | 4                |

| ĆWICZENIA  |   |                  |
|------------|---|------------------|
| LP         | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH  | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C9</b>  | Rozwiązywanie zadań dotyczących całki nieoznaczonej: ogólne metody całkowania i całkowanie podstawowych klas funkcji.   | 4                |
| <b>C10</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących całki oznaczonej i jej zastosowań a także całek niewłaściwych.  | 3                |
| <b>C11</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących funkcji wielu zmiennych: dziedzina, granica i ciągłość, pochodne cząstkowe, gradient, pochodna kierunkowa.  | 3                |
| <b>C12</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących różniczkowania funkcji wielu zmiennych, różniczkowania funkcji złożonej, wzoru Taylora, ekstremów lokalnych funkcji wielu zmiennych i ekstremów warunkowych oraz funkcji uwikłanych, a także powierzchni stopnia drugiego.  | 4                |
| <b>C13</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących całek wielokrotnych - podwójnej i potrójnej, twierdzenia Fubinię o iteracji, twierdzeń o zmianie zmiennych dla całki podwójnej i potrójnej oraz rozwiązywanie zadań dotyczących zastosowań całek podwójnej i potrójnej.   | 5                |
| <b>C14</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących równań różniczkowych zwyczajnych rzędu I i II. Rozwiązywanie równań i zagadnień Cauchyego dla równań rzędu I: o zmiennych rozdzielonych, liniowych, zupełnych, Bernoulliego oraz dla równań liniowych 2-go rzędu o stałych współczynnikach, metoda uzmienniania stałych i metoda przewidywań dla równań liniowych rzędu I, II i rzędu n-tego. | 6                |
| <b>C15</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągów i szeregów funkcyjnych, szeregów potęgowych: szeregu Taylora i Maclaurina oraz zastosowania szeregów potęgowych do obliczania całek oznaczonych i do rozwiązywania zagadnień Cauchyego dla równań różniczkowych zwyczajnych.   | 4                |
| <b>C16</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących całki krzywoliniowej nieskierowanej z uwzględnieniem twierdzenia o zamianie całki krzywoliniowej nieskierowanej na całkę oznaczoną.   | 2                |
| <b>C17</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących całki krzywoliniowej zorientowanej z uwzględnieniem twierdzenia o zamianie całki krzywoliniowej zorientowanej na całkę oznaczoną i twierdzenia Greena oraz rozwiązywanie zadań dotyczących pojęcia niezależności całki krzywoliniowej od drogi całkowania, a także zastosowania całki krzywoliniowej zorientowanej.                           | 3                |
| <b>C18</b> | Rozwiązywanie zadań dotyczących twierdzenia Gaussa o dywergencji ( zwanego dawniej twierdzeniem Gaussa-Ostrogradskiego ) i twierdzenia Stokesa.   | 3                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI   | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--|---|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |   |
| Godziny wynikające z planu studiów   | 120   |
| Konsultacje przedmiotowe   | 0   |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji  | 0   |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |   |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 180   |
| Opracowanie wyników  | 0   |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji   | 0   |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>300</b>  |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU  | 10.00   |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

F2 Zadanie tablicowe

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

P2 Egzamin ustny

### KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |  |
|---------------------|--|
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi stosować elementarne pojęcia: logiki i teorii zbiorów, pojęcia odwzorowania i własności odwzorowań, a także potrafi stosować podstawowe pojęcia związane z przestrzeniami metrycznymi w zadaniach w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50 % do 59 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań. |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi stosować elementarne pojęcia: logiki i teorii zbiorów, pojęcia odwzorowania i własności odwzorowań, a także potrafi stosować podstawowe pojęcia związane z przestrzeniami metrycznymi w zadaniach w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60 % do 69 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.  |



|                     |   |
|---------------------|---|
| NA OCENĘ 4.0        | Student potrafi stosować elementarne pojęcia: logiki i teorii zbiorów, pojęcia odwzorowania i własności odwzorowań, a także potrafi stosować podstawowe pojęcia związane z przestrzeniami metrycznymi w zadaniach w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70 % do 79 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                            |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi stosować elementarne pojęcia: logiki i teorii zbiorów, pojęcia odwzorowania i własności odwzorowań, a także potrafi stosować podstawowe pojęcia związane z przestrzeniami metrycznymi w zadaniach w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80 % do 89 % punktów z kolokwium dotyczącego ww. materiału zadaniowego. |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi stosować elementarne pojęcia: logiki i teorii zbiorów, pojęcia odwzorowania i własności odwzorowań, a także potrafi stosować podstawowe pojęcia związane z przestrzeniami metrycznymi w zadaniach w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90 % do 100 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                    |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |   |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi stosować elementarne pojęcia: logiki i teorii zbiorów, pojęcia odwzorowania i własności odwzorowań, a także potrafi stosować podstawowe pojęcia związane z przestrzeniami metrycznymi w zadaniach w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50 % do 59 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                      |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi stosować elementarne pojęcia: logiki i teorii zbiorów, pojęcia odwzorowania i własności odwzorowań, a także potrafi stosować podstawowe pojęcia związane z przestrzeniami metrycznymi w zadaniach w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60 % do 69 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                       |
| NA OCENĘ 4.0        | Student potrafi stosować elementarne pojęcia: logiki i teorii zbiorów, pojęcia odwzorowania i własności odwzorowań, a także potrafi stosować podstawowe pojęcia związane z przestrzeniami metrycznymi w zadaniach w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70 % do 79 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                            |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi stosować elementarne pojęcia: logiki i teorii zbiorów, pojęcia odwzorowania i własności odwzorowań, a także potrafi stosować podstawowe pojęcia związane z przestrzeniami metrycznymi w zadaniach w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80 % do 89 % punktów z kolokwium dotyczącego ww. materiału zadaniowego. |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi stosować elementarne pojęcia: logiki i teorii zbiorów, pojęcia odwzorowania i własności odwzorowań, a także potrafi stosować podstawowe pojęcia związane z przestrzeniami metrycznymi w zadaniach w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90 % do 100 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                    |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |   |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna podstawowe twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych. Ponadto student zna podstawowe twierdzenia związane z szeregami funkcyjnymi, w tym z szeregami Taylora, Maclaurina i Fouriera w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50 % do 59 % punktów z egzaminu z teorii.     |

|                     |   |
|---------------------|---|
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna podstawowe twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych. Ponadto student zna podstawowe twierdzenia związane z szeregami funkcyjnymi, w tym z szeregami Taylora, Maclaurina i Fouriera w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60 % do 69 % punktów z egzaminu z teorii.    |
| NA OCENĘ 4.0        | Student zna podstawowe twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych. Ponadto student zna podstawowe twierdzenia związane z szeregami funkcyjnymi, w tym z szeregami Taylora, Maclaurina i Fouriera w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70 % do 79 % punktów z egzaminu z teorii.         |
| NA OCENĘ 4.5        | Student zna podstawowe twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych. Ponadto student zna podstawowe twierdzenia związane z szeregami funkcyjnymi, w tym z szeregami Taylora, Maclaurina i Fouriera w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80 % do 99 % punktów z egzaminu z teorii.   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student zna podstawowe twierdzenia o ciągach liczbowych i podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych. Ponadto student zna podstawowe twierdzenia związane z szeregami funkcyjnymi, w tym z szeregami Taylora, Maclaurina i Fouriera w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90 % do 100 % punktów z egzaminu z teorii. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |   |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych. Umie również rozwiązywać zadania związane z podstawowymi twierdzeniami dotyczącymi szeregów funkcyjnych Taylora, Maclaurina i Fouriera w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50 % do 59 % punktów z egzaminu z zadań.                    |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych. Umie również rozwiązywać zadania związane z podstawowymi twierdzeniami dotyczącymi szeregów funkcyjnych Taylora, Maclaurina i Fouriera w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60 % do 69 % punktów z egzaminu z zadań.                     |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych. Umie również rozwiązywać zadania związane z podstawowymi twierdzeniami dotyczącymi szeregów funkcyjnych Taylora, Maclaurina i Fouriera w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70 % do 79 % punktów z egzaminu z zadań.                          |
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych. Umie również rozwiązywać zadania związane z podstawowymi twierdzeniami dotyczącymi szeregów funkcyjnych Taylora, Maclaurina i Fouriera w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80 % do 89 % punktów z egzaminu z zadań.                    |
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie liczyć granice ciągów liczbowych i badać zbieżność szeregów liczbowych. Umie również rozwiązywać zadania związane z podstawowymi twierdzeniami dotyczącymi szeregów funkcyjnych Taylora, Maclaurina i Fouriera w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90 % do 100 % punktów z egzaminu z zadań.                  |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 5 |   |

|                            |  |
|----------------------------|--|
| NA OCENĘ 3.0               | Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50 % do 59 % punktów z egzaminu z teorii.   |
| NA OCENĘ 3.5               | Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60 % do 69 % punktów z egzaminu z teorii.    |
| NA OCENĘ 4.0               | Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70 % do 79 % punktów z egzaminu z teorii.         |
| NA OCENĘ 4.5               | Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80 % do 89 % punktów z egzaminu z teorii.   |
| NA OCENĘ 5.0               | Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej jednej i wielu zmiennych, funkcji złożonej i odwrotnej oraz pojęcia granicy i ciągłości, pochodnych funkcji i różniczek funkcji rzeczywistych z ich zastosowaniami, a także twierdzenia dotyczące wymienionych tu pojęć w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90 % do 100 % punktów z egzaminu z teorii. |
| <b>EFEKT KSZTAŁCENIA 6</b> |  |
| NA OCENĘ 3.0               | Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć pochodne oraz różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami i uzyskał od 50 % do 59 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.  |
| NA OCENĘ 3.5               | Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć pochodne oraz różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60 % do 69 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.  |
| NA OCENĘ 4.0               | Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć pochodne oraz różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70 % do 79 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.   |
| NA OCENĘ 4.5               | Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć pochodne oraz różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80 % do 89 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                       |

|                     |  |
|---------------------|--|
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie składać i odwracać funkcje oraz umie liczyć granice funkcji i sprawdzać ciągłość funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych rzeczywistych, a także umie liczyć pochodne oraz różniczki tych funkcji z ich zastosowaniami w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90 % do 100 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 7 |  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji jednej zmiennej i całki oznaczonej Riemanna dla funkcji rzeczywistej jednej i wielu zmiennych oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50 % do 59 % punktów z egzaminu z teorii.                 |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji jednej zmiennej i całki oznaczonej Riemanna dla funkcji rzeczywistej jednej i wielu zmiennych oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60 % do 69 % punktów z egzaminu z teorii.                  |
| NA OCENĘ 4.0        | Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji jednej zmiennej i całki oznaczonej Riemanna dla funkcji rzeczywistej jednej i wielu zmiennych oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70 % do 79 % punktów z egzaminu z teorii.                       |
| NA OCENĘ 4.5        | Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji jednej zmiennej i całki oznaczonej Riemanna dla funkcji rzeczywistej jednej i wielu zmiennych oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80 % do 89 % punktów z egzaminu z teorii.                 |
| NA OCENĘ 5.0        | Student zna pojęcia całki nieoznaczonej dla funkcji jednej zmiennej i całki oznaczonej Riemanna dla funkcji rzeczywistej jednej i wielu zmiennych oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90 % do 100 % punktów z egzaminu z teorii.               |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 8 |  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50 % do 59 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60 % do 69 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                 |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70 % do 79 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.                                      |

|                      |   |
|----------------------|---|
| NA OCENĘ 4.5         | Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80 % do 89 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.   |
| NA OCENĘ 5.0         | Student umie obliczać całki nieoznaczone podstawowych klas funkcji rzeczywistych jednej zmiennej rzeczywistej i umie liczyć i stosować całki oznaczone Riemanna dla funkcji jednej, dwóch i trzech zmiennych w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90 % do 100 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 9  |   |
| NA OCENĘ 3.0         | Student zna podstawowe twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto zna podstawowe pojęcia i podstawowe twierdzenia dotyczące całek krzywoliniowych oraz całek powierzchniowych w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50 % do 59 % punktów z egzaminu z teorii.             |
| NA OCENĘ 3.5         | Student zna podstawowe twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto zna podstawowe pojęcia i podstawowe twierdzenia dotyczące całek krzywoliniowych oraz całek powierzchniowych w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60 % do 69 % punktów z egzaminu z teorii.              |
| NA OCENĘ 4.0         | Student zna podstawowe twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto zna podstawowe pojęcia i podstawowe twierdzenia dotyczące całek krzywoliniowych oraz całek powierzchniowych w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70 % do 79 % punktów z egzaminu z teorii.                   |
| NA OCENĘ 4.5         | Student zna podstawowe twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto zna podstawowe pojęcia i podstawowe twierdzenia dotyczące całek krzywoliniowych oraz całek powierzchniowych w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80 % do 89 % punktów z egzaminu z teorii.             |
| NA OCENĘ 5.0         | Student zna podstawowe twierdzenia i metody dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych. Ponadto zna podstawowe pojęcia i podstawowe twierdzenia dotyczące całek krzywoliniowych oraz całek powierzchniowych w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90 % do 100 % punktów z egzaminu z teorii.           |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 10 |   |
| NA OCENĘ 3.0         | Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, szczególnie równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe i całki powierzchniowe w stopniu dostatecznym, tzn. uzyskał od 50 % do 59 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.        |
| NA OCENĘ 3.5         | Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, szczególnie równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe i całki powierzchniowe w stopniu dość dobrym, tzn. uzyskał od 60 % do 69 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.         |
| NA OCENĘ 4.0         | Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, szczególnie równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe i całki powierzchniowe w stopniu dobrym, tzn. uzyskał od 70 % do 79 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.              |

|              |  |
|--------------|--|
| NA OCENĘ 4.5 | Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, szczególnie równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe i całki powierzchniowe w stopniu ponad dobrym, tzn. uzyskał od 80 % do 89 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań.   |
| NA OCENĘ 5.0 | Student umie rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, szczególnie równania różniczkowe liniowe rzędu pierwszego, drugiego i n-tego. Ponadto umie obliczać całki krzywoliniowe i całki powierzchniowe w stopniu bardzo dobrym, tzn. uzyskał od 90 % do 100 % punktów z egzaminu pisemnego z zadań. |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE                         | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|-----------------|---|-----------------------|---------------|
| EK1               | I1_W01   | Cel 1           | W1 W2 W3                                  | N1 N2                 | P2            |
| EK2               | I1_W01   | Cel 1           | C1 C2 C3                                  | N1 N2                 | F1 F2 P1 P2   |
| EK3               | I1_W01   | Cel 1           | W4 W5 W23<br>W24                          | N1 N2                 | P2            |
| EK4               | I1_W01   | Cel 1           | C4 C5 C6                                  | N1 N2                 | F1 F2 P1 P2   |
| EK5               | I1_W01   | Cel 1           | W6 W7 W8 W9<br>W10 W11 W16<br>W17         | N1 N2                 | P2            |
| EK6               | I1_W01   | Cel 1           | C6 C7 C8 C11<br>C12                       | N1 N2                 | F1 F2 P1 P2   |
| EK7               | I1_W01   | Cel 1           | W12 W13 W14<br>W15 W18 W19                | N1 N2                 | P2            |
| EK8               | I1_W01   | Cel 1           | C9 C10 C11                                | N1 N2                 | F1 F2 P1 P2   |
| EK9               | I1_W01   | Cel 1           | W20 W21 W22<br>W25 W26 W27<br>W28 W29 W30 | N1 N2                 | P2            |

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE  | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|-----------------|--|-----------------------|---------------|
| EK10              | I1_W01   | Cel 1           | W1 W2 W3 W4<br>W5 W6 W7 W8<br>W9 W10 W11<br>W12 W13 W14<br>W15 W16 W17<br>W18 W19 W20<br>W21 W22 W23<br>W24 W25 W26<br>W27 W28 W29<br>W30 C1 C2 C3<br>C4 C5 C6 C7 C8<br>C9 C10 C11 C12<br>C13 C14 C15<br>C16 C17 C18 | N1 N2                 | F1 F2 P1      |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **J. Koroński** — *Wykłady i ćwiczenia z matematyki cz. I*, Kraków, 2012, Wyd. PK
- [2 ] **J. Koroński** — *Wykłady i ćwiczenia z matematyki cz. II*, Kraków, 2016, Wyd. PK
- [3 ] **T. Winiarska, T. Winiarski** — *Wykłady z analizy matematycznej cz. I*, Kraków, 2010, Wyd. PK
- [4 ] **J. Bochenek, T. Winiarska** — *Matematyka cz. I*, Kraków, 2007, Wyd. PK
- [5 ] **W. Krywicki, L. Włodarski** — *Analiza matematyczna w zadaniach cz. I i cz.II*, Warszawa, 2001, PWN
- [6 ] **W. Stankiewicz, J. Wójtowicz** — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych cz I*, Warszawa, 1983, PWN
- [7 ] **W. Stankiewicz, J. Wójtowicz** — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych cz. II*, Warszawa, 1983, PWN
- [8 ] **G. H. Berman** — *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, Warszawa, 1963, PWN
- [9 ] **Pod red. L. Siewierskiego** — *Ćwiczenia z analizy matematycznej cz.I i II*, Warszawa, 1981, PWN
- [10 ] **A. Milian, A. Pieniążek, L. Skóra, K. Wachnicka** — *Zbiór zadań z matematyki z rozwiązaniami dla studentów studiów zaocznych cz. I*, Kraków, 2003, Wyd. PK
- [11 ] **A. Milian, A. Pieniążek, L. Skóra, K. Wachnicka** — *Zbiór zadań z matematyki z rozwiązaniami dla studentów studiów zaocznych cz. II*, Kraków, 2006, Wyd. PK

**LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA**

- [1 ] **G. M. Fichtenholz** — *Rachunek różniczkowy i całkowy t. I i T. II*, Warszawa, 1999, PWN
- [2 ] **L. Schwartz** — *Kurs analizy matematycznej, t. I*, Warszawa, 1979, PWN
- [3 ] **L. Schwartz** — *Kurs analizy matematycznej, t. II*, Warszawa, 1980, PWN
- [4 ] **W. Kołodziej** — *Analiza matematyczna*, Warszawa, 1983, PWN
- [5 ] **F. Leja** — *Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych*, Warszawa, 1973, PWN

**12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH****OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ**

dr Jan Koroński (kontakt: jkorons@pk.edu.pl)

**OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT**

- 1 Dr hab. Jan Koroński (kontakt: jkorons@pk.edu.pl)
- 2 Dr Anna Krakowiak (kontakt: skrakowi@pk.edu.pl)

**13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI**

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....