

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2018/2019

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Analiza matematyczna I
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Mathematical Analysis I
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIS B6 18/19
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty podstawowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	10.00
SEMESTRY	2

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
2	60	60	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Różniczkowanie i całkowanie funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej.

**Cel 2** Zapoznanie studentów z teorią szeregów potęgowych.

**Cel 3** Zapoznanie studentów z wybranymi pojęciami analizy funkcjonalnej występującymi w analizie matematycznej.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie przedmiotów matematycznych z pierwszego semestru

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna fakty rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej, teorii szeregów potęgowych, teorii przestrzeni unormowanych oraz przestrzeni Banacha (ze szczególnym uwzględnieniem przestrzeni  $R_n$ ) oraz potrafi je udowodnić.

**EK2 Umiejętności** Student potrafi spojrzeć kompleksowo na zdobytą w efekcie kształcenia z zakresu wiedzy teorię, umie stosować poznane twierdzenia rozwiązując zadania przekrojowe.

**EK3 Umiejętności** Student potrafi rozwiązywać zadania cząstkowe dotyczące własności obiektów poznanych podczas zdobywania wiedzy opisanej w EK1.

**EK4 Kompetencje społeczne** Student regularnie i aktywnie uczestniczy w zajęciach. Student rozpoznaje braki w swojej wiedzy i próbuje je uzupełniać pracując z materiałami dodatkowymi umieszczonymi na platformie e-learningowej oraz korzystając z literatury.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej rzeczywistej.	6
<b>W2</b>	Reguła de l'Hospitala i jej zastosowania.	2
<b>W3</b>	Wzór Taylora i jego zastosowania. Ekstrema i monotoniczność, wklęsłość i wypukłość, punkty przegięcia i asymptoty. Szkicowanie wykresów funkcji.	8
<b>W4</b>	Całka nieoznaczona, definicja i podstawowe twierdzenia: całkowanie przez części, podstawienie i zamianę zmiennej.	2
<b>W5</b>	Ułamki proste i ich całkowanie. Całkowanie funkcji wymiernych.	2
<b>W6</b>	Całkowanie funkcji niewymiernych.	3
<b>W7</b>	Całkowanie funkcji trygonometrycznych.	2
<b>W8</b>	Całka Cauchy'ego, Darboux, Riemanna, warunek konieczny i wystarczający całkowalności w sensie Riemanna, własności całki oznaczonej, metody całkowania dla całki oznaczonej.	6
<b>W9</b>	Zastosowanie całki oznaczonej - pole trapezu krzywoliniowego, długość krzywej, objętość bryły obrotowej, pole powierzchni bocznej bryły obrotowej, całki niewłaściwe.	6
<b>W10</b>	Szeregi potęgowe - definicja, promień zbieżności, przedział zbieżności, twierdzenie Cauchy'ego- Hadamarda.	4

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W11</b>	Rozwijanie funkcji w szeregi potęgowe, podstawowe rozwinięcia, zastosowania.	4
<b>W12</b>	Norma, przestrzenie unormowane, metryka wyznaczona przez normę, topologia przestrzeni unormowanej, iloczyn kartezjański przestrzeni unormowanych.	4
<b>W13</b>	Przykłady przestrzeni unormowanych: przestrzeń $R_n$ , przestrzeni funkcji ograniczonych, przestrzeni ciągów liczbowych ograniczonych, przestrzeni funkcji ciągłych na zbiorze zwartym.	4
<b>W14</b>	Ciągi w przestrzeniach unormowanych i ich zbieżność, zupełność przestrzeni unormowanej, przestrzenie Banacha, ciągi funkcyjne i ich zbieżność, zbieżność jednostajna.	4
<b>W15</b>	Szeregi w przestrzeniach Banacha.	3

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C1</b>	Obliczanie pochodnych, wskazywanie przykładów funkcji ciągłych i nieróżniczkowalnych, różniczkowalnych o nieciągłej pochodnej, klasa $C_k$ , wykorzystanie pochodnej logarymicznej, zastosowanie wzoru Peano, wyznaczanie pochodnych rzędów wyższych, zastosowanie twierdzeń Rolle'a, Lagrange'a, Cauchy'ego.	8
<b>C2</b>	Zastosowanie reguły de l'Hospitala.	2
<b>C3</b>	Wykorzystanie monotoniczności funkcji do wykazywania nierówności, wykazywanie tożsamości, wyznaczanie ekstremów globalnych funkcji, badanie przebiegu zmienności funkcji, wykorzystanie wzoru Taylora.	6
<b>C4</b>	Wykorzystanie twierdzeń o całkowaniu przez części, o całkowaniu przez podstawianie, zmianę zmiennych.	2
<b>C5</b>	Całkowanie przez rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste.	2
<b>C6</b>	Całkowanie funkcji niewymiernych całkowanie funkcji wymiernej od pierwiastka stopnia $n$ -tego funkcji liniowej, homograficznej, pierwiastka funkcji kwadratowej, podstawienia Eulera, metoda współczynników nieoznaczonych.	3
<b>C7</b>	Całkowanie funkcji trygonometrycznych.	2
<b>C8</b>	Obliczanie całek oznaczonych Riemanna z definicji oraz przy użyciu całki Cauchy'ego, wykorzystanie sum całkowych Riemanna do wyznaczania sum szeregów, zastosowanie własności i metod liczenia całek poznanych na wykładzie, wykorzystanie geometrycznej interpretacji całki funkcji nieujemnej.	4
<b>C9</b>	Obliczanie długości łuków, pola obszarów, objętości i pola powierzchni brył obrotowych.	5

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C10	Wyznaczanie całek niewłaściwych, zastosowanie kryterium całkowego do badania zbieżności szeregów liczbowych.	3
C11	Wyznaczanie promieni zbieżności i przedziałów zbieżności szeregów potęgowych.	3
C12	Wyznaczanie rozwinięć funkcji z wykorzystaniem podstawowych rozwinięć poznanych na wykładzie.	2
C13	Zastosowanie rozwinięć funkcji w szeregi potęgowe do obliczania całek oznaczonych oraz rozwiązywania równań.	3
C14	Sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest normą, równoważność norm, nierówność Minkowskiego, przestrzenie ciągów zbieżnych, zbieżnych do zera, sumowalnych z $p$ -tą potęgą, przestrzenie funkcyjne.	5
C15	Badanie zbieżności ciągów w przestrzeniach unormowanych ze szczególnym uwzględnieniem przestrzeni funkcji ciągłych, zbieżność jednostajna i punktowa.	4
C16	Sprawdzanie zupełności przestrzeni unormowanej, zupełność przestrzeni ciągów lp.	2
C17	Badanie zbieżności szeregów przy pomocy twierdzenia o zbieżności, wykorzystanie kryteriów Dirichleta, Abela, Weierstrassa, sprawdzanie zbieżności bezwzględnej szeregów, zbieżność szeregów funkcyjnych, wykorzystanie twierdzenia o sumie szeregu zbieżnego jednostajnie.	4

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Konsultacje

N3 Zadania tablicowe

N4 E-learning (platforma Moodle)

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	120
Konsultacje przedmiotowe	40
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	80
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
przygotowanie do egzaminu	50
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>300</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	10.00

## 9 SPOSOBY OCENY

Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej nie jest warunkiem koniecznym uzyskania zaliczenia ćwiczeń (ocena P3), ale może podwyższyć ocenę wynikającą z liczby punktów otrzymanych na przeprowadzonych kartkówkach i kolokwiach.

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Kolokwia i kartkówki

**F2** Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Egzamin pisemny

**P2** Egzamin ustny

**P3** Średnia ważona ocen formujących - zaliczenie z ćwiczeń

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Ocena P3 jest oceną z ćwiczeń. Do egzaminu w pierwszym terminie mogą przystąpić wyłącznie studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń, tzn. uzyskali na przeprowadzonych kolokwiach i kartkówkach więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

**W2** Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej. Wymagane jest zaliczenie obu części egzaminu.

**W3** Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, P3.

**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia z przedstawionej na wykładach teorii (na podstawie odpowiedzi na trzy wylosowane zagadnienia z podanej listy).
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na przynajmniej jedno z wylosowanych trzech zagadnień.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na dwa z wylosowanych trzech zagadnień.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane zagadnienia.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student rozumiejąc zależności między poznanymi pojęciami, definicjami i twierdzeniami potrafi odpowiedzieć na dodatkowe pytania związane z wylosowanymi zagadnieniami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.

NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na wykłady i ćwiczenia.
NA OCENĘ 4.0	Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazuje umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej oraz z literatury dodatkowej.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W01 K_W02 K_W04 K_W05 K_W07	Cel 1 Cel 2 Cel 3	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13 W14 W15	N1 N2 N4	P2

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK2	K_U01 K_U02 K_U09 K_U10 K_U12 K_U13 K_U14 K_U16 K_U17 K_U36	Cel 1 Cel 2 Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13 C14 C15 C16 C17	N1 N2 N3 N4	P1
EK3	K_U02 K_U09 K_U10 K_U12 K_U13 K_U14 K_U16 K_U36	Cel 1 Cel 2 Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13 C14 C15 C16 C17	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P3
EK4	K_K01 K_K02 K_K05 K_K06 K_K07	Cel 1 Cel 2 Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13 C14 C15 C16 C17	N2 N3 N4	F2 P3

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **T. Winiarska, T. Winiarski** — *Wykłady z Analizy Matematycznej*, Kraków, 2010, Wyd. PK
- [2 ] **W. Kołodziej** — *Analiza Matematyczna*, Warszawa, 1983, PWN
- [3 ] **W. Rudin** — *Podstawy Analizy Matematycznej*, Warszawa, 1969, PWN
- [4 ] **W. Stankiewicz** — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni Technicznych*, Warszawa, 1983, PWN
- [5 ] **B. Demidowicz** — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka
- [6 ] **J. Banaś, S. Wędrychowicz** — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2001, WNT

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] **J. Dieudonne** — *Foundations of Modern Analysis*, New York and London, 1960, Academic Press
- [2 ] **L. M. Drużkowski** — *Analiza Matematyczna. Podstawy*, Kraków, 1998, Wyd. UJ
- [3 ] **W. Kaczor, M. Nowak** — *Zadania z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2005, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Mariusz Jużyniec (kontakt: [juzyniec@pk.edu.pl](mailto:juzyniec@pk.edu.pl))



### **OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT**

- 1 dr Mariusz Jużyniec (kontakt: juzyniec@pk.edu.pl)
- 2 dr Magdalena Grzech (kontakt: magdag@pk.edu.pl)
- 3 dr Beata Strycharz-Szemberg (kontakt: szemberg@pk.edu.pl)

### **13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI**

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....  
.....