

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2018/2019

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

| | |
|---|-------------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU | Rachunek prawdopodobieństwa I |
| NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM | Probability I |
| KOD PRZEDMIOTU | WFMiI M oIS B12 18/19 |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU | Przedmioty podstawowe |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS | 7.00 |
| SEMESTRY | 4 |

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM KOMPUTERO- WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 4 | 45 | 45 | 0 | 0 | 0 | 0 |

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Celem zajęć jest zapoznanie studentów z podstawowymi zagadnieniami z rachunku prawdopodobieństwa. W szczególności studenci powinni opanować umiejętność budowania modeli probabilistycznych i obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych.

Cel 2 Studenci powinni opanować umiejętność modelowania doświadczeń losowych za pomocą zmiennych losowych, obliczania wartości oczekiwanej, wariancji i innych parametrów.

Cel 3 Zapoznanie studentów z wybranymi rozkładami prawdopodobieństwa, ze zwróceniem uwagi na ich zastosowania w procesach stochastycznych, statystyce, matematyce finansowej i aktuarialnej.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Analiza matematyczna I, II.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Umiejętności Student posługuje się pojęciem przestrzeni probabilistycznej. Potrafi zbudować i przeanalizować matematyczny model doświadczenia losowego. Umie stosować wzór na sumę prawdopodobieństw.

EK2 Umiejętności Student umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa, zna pojęcie niezależności zdarzeń.

EK3 Umiejętności Student umie posługiwać się zmiennymi losowymi, zna zastosowania praktyczne podstawowych rozkładów, umie wyznaczać ich parametry, konstruować dystrybuantę. Umie szacować prawdopodobieństwa używając PWL.

EK4 Wiedza Student zna podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące modelowania probabilistycznego, rozkładów prawdopodobieństwa i ich parametrów.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD | | |
|--------|--|------------------|
| LP | TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA GODZIN |
| W1 | Przestrzeń probabilistyczna. Definicja aksjomatyczna, podstawowe własności prawdopodobieństwa, prawdopodobieństwo klasyczne, prawdopodobieństwo dyskretne, prawdopodobieństwo geometryczne, produkt przestrzeni probabilistycznych, schemat Bernoullego, lemat Borela-Cantellego. | 6 |
| W2 | Prawdopodobieństwo warunkowe, niezależność zdarzeń. Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, zdarzenia niezależne. | 4 |
| W3 | Rozkłady i zmienne losowe. Rozkłady dyskretne, ciągłe, twierdzenie Radona-Nikodyma, rozkłady absolutnie ciągłe, mierzalność odwzorowań, zmienne losowe i ich rozkłady, wektory losowe i rozkłady wielowymiarowe, dystrybuanta i jej własności, związek dystrybuanty z rozkładem, niezależność wektorów losowych, niezależność sigma-algebr, funkcje wektorów losowych. | 6 |
| W4 | Charakterystyki liczbowe zmiennych losowych. Wartość oczekiwana - przypadek dyskretny i absolutnie ciągły, wariancja, odchylenie standardowe, momenty zwykłe i centralne, skośność, eksces, mediana, moda, kowariancja, macierz kowariancji, współczynnik korelacji, zmienne nieskorelowane, regresja, nierówności Czebyszewa. | 8 |
| W5 | Przegląd rozkładów. Rozkład: jednopunktowy, dwupunktowy, dwumianowy, geometryczny, wielomianowy, Pascala, hipergeometryczny, Poissona, prawo małych liczb Poissona, rozkład: jednostajny, wykładniczy, normalny, n-wymiarowy rozkład normalny, rozkład gamma, chi-kwadrat, Studenta, Cauchy'ego. | 8 |

| WYKŁAD | | |
|-----------|---|------------------|
| LP | TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA GODZIN |
| W7 | Elementy teorii miary i całki. Mierzalność odwzorowań, całka względem miary probabilistycznej, własności całki, twierdzenie Lebesgue'a o zbieżności monotonicznej, twierdzenie Lebesgue'a o zbieżności zmajoryzowanej, twierdzenie Fubinięgo. | 6 |
| W8 | Wartość oczekiwana - przypadek ogólny. Twierdzenie o zamianie miary w całce Lebesgue'a. Nierówności Czebyszewa. Słabe prawo wielkich liczb. | 7 |

| ĆWICZENIA | | |
|-----------|---|------------------|
| LP | TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA GODZIN |
| C1 | Własności prawdopodobieństwa, obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń losowych z użyciem metod kombinatorycznych, schemat Bernoulliego, obliczanie prawdopodobieństwa geometrycznego. | 10 |
| C2 | Obliczanie prawdopodobieństwa warunkowego, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, badanie niezależności zdarzeń. | 8 |
| C3 | Badanie mierzalności odwzorowań, przykłady zmiennych losowych i ich rozkładów, gęstość prawdopodobieństwa, wyznaczanie dystrybuanty zadanego rozkładu prawdopodobieństwa i na odwrót. | 7 |
| C4 | Obliczanie wartości oczekiwanej, wariancji, odchylenia standardowego i innych parametrów zmiennych losowych. | 8 |
| C5 | Funkcje zmiennych losowych, wyznaczanie rozkładów. | 8 |
| C6 | Zastosowania nierówności: Markowa, Czebyszewa, Schwartza. | 4 |

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Prezentacje multimedialne

N3 Zadania tablicowe

N4 Konsultacje

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI | ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI |
|--|---|
| Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym: | |
| Godziny wynikające z planu studiów | 90 |
| Konsultacje przedmiotowe | 30 |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji | 4 |
| Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym: | |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury | 45 |
| Opracowanie wyników | 0 |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji | 0 |
| rozwiązywanie zadań domowych | 45 |
| SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA | 214 |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU | 7.00 |

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Zadanie tablicowe

F2 Kolokwium

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

P2 Egzamin ustny

P3 Średnia ważona ocen formujących

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Przewidziane są dwa/trzy kolokwia w trakcie semestru

W2 Za aktywność na ćwiczeniach można uzyskać dodatkowe punkty

W3 Studenci, którzy za kolokwia i aktywność uzyskają sumę punktów mniejszą od połowy sumy punktów za wszystkie kolokwia, przed przystąpieniem do egzaminu, zobowiązani są napisać kolokwium poprawkowe

W4 Studenci, którzy za wszystkie kolokwia uzyskają co najmniej 90% sumy punktów za wszystkie kolokwia są zwolnieni z egzaminu pisemnego

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA
B1 Ćwiczenie praktyczne

B2 Inne

KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 | |
|---------------------|---|
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie potrafi posługiwać się pojęciem przestrzeni probabilistycznej. Nie potrafi zbudować i przeanalizować probabilistycznego modelu doświadczenia losowego. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student potrafi konstruować przestrzeń probabilistyczną i obliczać prawdopodobieństwa dla doświadczeń losowych, dla których można wypisać zdarzenia elementarne. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student potrafi konstruować przestrzeń probabilistyczną i obliczać prawdopodobieństwa dla doświadczeń losowych, umie korzystać z narzędzi kombinatorycznych. |
| NA OCENĘ 4.0 | Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować skończony schemat Bernoullego i dowodzić wzory kombinatoryczne. |
| NA OCENĘ 4.5 | Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie stosować prawdopodobieństwo geometryczne i nieskończony schemat Bernoullego. |
| NA OCENĘ 5.0 | Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student umie stosować wzór włącz-wyłącz, jest świadomy i umie objaśniać błędne rozumowania i paradoksy. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie potrafi stosować wzoru na prawdopodobieństwo całkowite ani wzoru Bayesa, nie rozumie pojęcia niezależności zdarzeń |
| NA OCENĘ 3.0 | Student umie stosować prawdopodobieństwo warunkowe, zna definicję zdarzeń niezależnych. |
| NA OCENĘ 3.5 | Jak na ocenę 3. Dodatkowo: Student umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite, zbadać niezależność zdarzeń. |
| NA OCENĘ 4.0 | Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować wzór Bayesa, dowodzić własności zdarzeń niezależnych, podawać przykłady zdarzeń niezależnych, parami niezależnych i zależnych. |
| NA OCENĘ 4.5 | Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite wzór Bayesa dla doświadczeń wieloetapowych |
| NA OCENĘ 5.0 | Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student jest świadomy i umie objaśniać błędne rozumowania i paradoksy związane z prawdopodobieństwem warunkowym i całkowitym. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie umie posługiwać się zmiennymi losowymi |

| | |
|----------------------------|--|
| NA OCENĘ 3.0 | Student umie posługiwać się zmiennymi losowymi o rozkładzie dyskretnym. Umie wyznaczać ich parametry i konstruować dystrybuantę. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student umie posługiwać się zmiennymi losowymi o rozkładzie dyskretnym i absolutnie ciągłym. Umie wyznaczać ich parametry i konstruować dystrybuantę. |
| NA OCENĘ 4.0 | Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować odpowiednio dobrane zmienne losowe przy rozwiązywaniu praktycznych problemów. |
| NA OCENĘ 4.5 | Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie odzyskać rozkład, gdy zadana jest dystrybuanta. Umie szacować prawdopodobieństwa z użyciem nierówności Czebyszewa i PWL. |
| NA OCENĘ 5.0 | Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student potrafi wyprowadzać wzory na parametry podstawowych rozkładów. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student umie wypowiedzieć definicje i twierdzenia z zakresu przedstawionego na wykładach materiału. |
| NA OCENĘ 3.5 | Jak na ocenę 3. Dodatkowo: Student umie ilustrować przedstawiane definicje i twierdzenia przykładami. |
| NA OCENĘ 4.0 | Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie przytoczyć idee dowodów twierdzeń przedstawione na wykładach. |
| NA OCENĘ 4.5 | Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie poprawnie cytować narzędzia z innych działów matematyki stosowane w powyższych rozumowaniach. |
| NA OCENĘ 5.0 | Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student umie dowodzić twierdzenia przedstawione na wykładach. |

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|-----------------|-------------------|-----------------------|----------------|
| EK1 | K_U01 K_U05 K_U06 K_U30 | Cel 1 | W1 C1 | N1 N2 N3 N4 | F1 F2 P1 P2 P3 |
| EK2 | K_U32 | Cel 1 | W2 C2 | N1 N2 N3 N4 | F1 F2 P1 P2 P3 |

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|----------------------|--|-----------------------|----------------|
| EK3 | K_U31 K_U33 | Cel 2 | W3 W4 W5 W8 C3 C4 C5 C6 | N1 N2 N3 N4 | F1 F2 P1 P2 P3 |
| EK4 | K_W02 K_W04 K_W05 K_U01 | Cel 1 Cel 2 Cel 3 | W1 W2 W3 W4 W5 W7 W8 C1 C2 C3 C4 C5 C6 | N1 N2 N4 | P1 P2 P3 |

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] J. Jakubowski, R. Sztencel, — *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Warszawa, 2001, Script
 [2] M. Wiciak — *Elementy probabilistyki w zadaniach*, Kraków, 2008, Wydawnictwo PK

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] P. Billingsley — *Prawdopodobieństwo i miara*, Warszawa, 1987, PWN
 [2] W. Feller — *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, tom I, II*, Warszawa, 1977, PWN
 [3] J. Stojanow — *Zbiór zadań z rachunku prawdopodobieństwa*, Warszawa, 1982, PWN

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Margareta Wiciak (kontakt: mwiciak@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 dr Margareta Wiciak (kontakt: mwiciak@pk.edu.pl)
 3 dr Jan PUDEŁKO (kontakt: jpudelko@pk.edu.pl)
 4 dr Krzysztof WESOŁOWSKI (kontakt: kwesolowski@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)



PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....

.....

.....