

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2018/2019

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Geometria
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Geometry
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIS C2 18/19
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	3.00
SEMESTRY	5

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
5	15	15	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Celem przedmiotu jest wprowadzenie w geometrię krzywych i powierzchni zanurzonych w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej oraz nauczenie studentów obliczania podstawowych wielkości charakteryzujących krzywe i powierzchnie.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Analiza matematyczna, algebra liniowa

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Umiejętności** Student potrafi obliczać krzywiznę i torsję krzywej gładkiej.

**EK2 Wiedza** Trójwymiarowa przestrzeń euklidesowa z nawiasem Liego danym przez iloczyn wektorowy jest algebrą Liego. Krzywa gładka jest wyznaczona z dokładnością do izometrii przez jej krzywiznę i torsję.

**EK3 Umiejętności** Wyznaczanie pola normalnego do powierzchni i operatora kształtu, różniczkowanie pól wektorowych, koneksja na powierzchni, tensor krzywizny

**EK4 Wiedza** Wyznaczanie przestrzeni stycznej do rozmaitości, wyznaczenie współczynników Christophela i koneksji na powierzchni

**EK5 Umiejętności** Student potrafi wyznaczać metrykę Riemanna indukowaną na powierzchni, oblicza krzywiznę Gaussa i krzywiznę średnią.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Elementy algebry liniowej, objętość równoległościanu, orientacja przestrzeni wektorowej, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy w zorientowanej przestrzeni z iloczynem skalarnym, algebra Liego, trójwymiarowa przestrzeń wektorowa z iloczynem skalarnym jako algebra Liego, przestrzeń afiniczna	4
W2	Regularna krzywa gładka, torsja i krzywizna krzywej, twierdzenie o jednoznaczności z dokładnością do ruchu sztywnego krzywej z zadaną krzywizną i torsją, wzory na krzywiznę i torsję krzywej, twierdzenie charakteryzujące krzywe płaskie, wektor Darboux, linia śrubowa.	4
W3	Powierzchnie gładkie w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej, powierzchnia dana równaniem uwikłanym, przestrzeń styczna do powierzchni w punkcie, pole wektorowe na powierzchni, różniczkowanie pól wektorowych, koneksja na powierzchni, operator kształtu, nawias Liego pól wektorowych, tensor krzywizny, Theorema Egregium Gaussa, krzywizna Gaussa, geodetyki na powierzchni, geodetyka jako krzywa o minimalnej długości.	7

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Rozwiązywanie zadań z algebry liniowej, iloczynu skalarnego i wektorowego,	4

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C2</b>	Obliczanie wektora stycznego do krzywej, trójścianu Freneta krzywej, krzywizny i torsji krzywej	4
<b>C3</b>	Obliczanie przestrzeni stycznej do powierzchni, znajdowanie wektora normalnego do powierzchni, wyznaczenie tensora kształtu, wyznaczanie krzywizny Gaussa i krzywizny średniej.	7

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Platformy Teams i Elf

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	30
Konsultacje przedmiotowe	15
Egzaminy i zaliczenia w sesji	0
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	45
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>90</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	3.00

## 9 SPOSOBY OCENY

**OCENA FORMUJĄCA**

F1 Kolokwium

F2 Zadania tablicowe

**OCENA PODSUMOWUJĄCA**
**P1** Kolokwium

**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU**
**W1** Zaliczenie wszystkich kolokwiów

**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	nie spełnia wymagań na ocenę 3
NA OCENĘ 3.0	student zna definicje krzywizny i torsji krzywej, wyznacza wektor styczny do krzywej
NA OCENĘ 3.5	potrafi wyznaczyć krzywiznę i torsję dowolnej krzywej
NA OCENĘ 4.0	zna charakterystykę krzywej płaskiej i okręgu
NA OCENĘ 4.5	zna charakterystykę linii śrubowej
NA OCENĘ 5.0	Bez błędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	nie spełnia wymagań na ocenę 3
NA OCENĘ 3.0	zna definicje algebry Liego i iloczynu wektorowego
NA OCENĘ 3.5	zna definicję orientacji przestrzeni wektorowej, zna tw. o charakteryzacji krzywej przez jej krzywiznę i torsję.
NA OCENĘ 4.0	zna tw. o izomorfizmie przestrzeni z iloczynem wektorowym z algebra Liego $\mathfrak{o}(3)$ grupy ortogonalnej
NA OCENĘ 4.5	zna wraz z dowodem tw. o izomorfizmie i charakteryzacji krzywej
NA OCENĘ 5.0	Bez błędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	nie spełnia wymagań na ocenę 3
NA OCENĘ 3.0	zna def. pola normalnego i operatora kształtu, potrafi je wyznaczać, potrafi wyznaczać płaszczyznę styczną, zna def. koneksji
NA OCENĘ 3.5	zna def. tensora krzywizny
NA OCENĘ 4.0	potrafi wyznaczać współczynniki Christoffela koneksji
NA OCENĘ 4.5	potrafi obliczać współrzędne tensora krzywizny
NA OCENĘ 5.0	Bez błędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny

EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	nie spełnia wymagań na ocenę 3
NA OCENĘ 3.0	zna def. krzywizny Gaussa i geodetyki, zna Theoreme Egregium Gaussa
NA OCENĘ 3.5	potrafi wyprowadzić wzór na geodetykę
NA OCENĘ 4.0	zna związek pomiędzy krzywizną Gaussa i tensorem krzywizny
NA OCENĘ 4.5	zna dowód Theoremy Egregium
NA OCENĘ 5.0	Bez błędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	nie spełnia wymagań na ocenę 3
NA OCENĘ 3.0	student potrafi wyznaczyć tensor metryczny indukowany na powierzchni, wyznacza krzywiznę Gaussa i krzywiznę średnią
NA OCENĘ 3.5	zna równanie geodetyki na powierzchniach
NA OCENĘ 4.0	zna tw. o minimalizowaniu odległości przez geodetykę
NA OCENĘ 4.5	potrafi obliczać geodetyki na powierzchniach obrotowych
NA OCENĘ 5.0	Bez błędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_U12 K_U13 K_U16	Cel 1	W2 C2	N1 N2	F1 P1
EK2	K_W01 K_W04 K_W07	Cel 1	W1 C1	N1 N2	F1 P1
EK3	K_U01 K_U16	Cel 1	W3 C3	N1 N2	F1 P1
EK4	K_W01 K_W04 K_W07	Cel 1	W3 C3	N1 N2	F1 P1

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK5	K_U01 K_U12 K_U16	Cel 1	W3 C3	N1 N2	F1 P1

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **John Oprea** — *Geometria różniczkowa i jej zastosowania*, Warszawa, 2002, PWN
- [2 ] **M. Postnikov** — *Lectures in geometry*, Moskwa, 1989, MIR
- [3 ] **John A, Thorpe** — *Elementary topics in Differential Geometry*, New York, 1989, Springer-Verlag

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] **Jacek Gancarzewicz** — *Algebra liniowa i jej zastosowania*, Kraków, 2004, Wydawnictwo UJ

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr hab. Włodzimierz Jelonek (kontakt: wjelon@pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr hab. Włodzimierz Jelonek (kontakt: wjelon@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....