

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2019/2020

Wydział Inżynierii i Technologii Chemicznej

Kierunek studiów: Technologia Chemiczna

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: T

Stopień studiów: I

Specjalności: Analityka Przemysłowa i Środowiskowa, Chemia i Technologia Kosmetyków, Kataliza Przemysłowa, Lekka Technologia Organiczna, Technologia Polimerów, Technologie Środowiska i Gospodarka Odpadami

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Rachunek różniczkowy i całkowy funkcji wielu zmiennych
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Differential and Integral Calculus of functions of Several Variables
KOD PRZEDMIOTU	WITCh TCH oIS C30 19/20
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	2.00
SEMESTRY	5

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁADY	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	PROJEKT	SEMINARIUM
5	0	0	0	0	0	30

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Wykorzystanie rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych do wyznaczania ekstremów lokalnych, badania istnienia i własności funkcji uwikłanej oraz wyznaczania ekstremów warunkowych.

**Cel 2** Zapoznanie studentów z podstawowymi faktami dotyczącymi wielokrotnej całki Riemanna.

**Cel 3** Zapoznanie studentów z podstawowymi faktami dotyczącymi całki krzywoliniowej skierowanej i nieskierowanej oraz całki powierzchniowej zorientowanej i niezorientowanej.

#### 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie przedmiotów matematycznych z pierwszego roku.

#### 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna podstawowe twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych ze szczególnym uwzględnieniem takich pojęć jak: funkcja uwikłana, ekstrema lokalne, globalne, warunkowe.

**EK2 Umiejętności** Student umie zastosować twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych w zagadnieniach związanych z optymalizacją, poszukiwaniem ekstremów lokalnych i globalnych podając precyzyjne i ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań.

**EK3 Wiedza** Student zna podstawowe fakty z rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych.

**EK4 Umiejętności** Student posługuje się definicją całki funkcji wielu zmiennych, potrafi wyjaśnić jej analityczny i geometryczny sens.

**EK5 Wiedza** Student zna podstawowe fakty dotyczące całek krzywoliniowych i powierzchniowych.

**EK6 Umiejętności** Student posługuje się definicją całki krzywoliniowej oraz całki powierzchniowej, potrafi wyjaśnić ich analityczny i geometryczny sens.

#### 6 TREŚCI PROGRAMOWE

SEMINARIUM		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
S1	Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych: granica, pochodna cząstkowa i kierunkowa, różniczka, gradient, wzór Taylora, ekstrema lokalne i ich zastosowania, funkcje uwikłane, całki zależne od parametru (powtórka i uogólnienie).	4
S2	Całki podwójna: całka podwójna po prostokącie, całka podwójna po obszarze normalnym, zamiana zmiennych w całce podwójnej, współrzędne biegunowe, zastosowania całek podwójnych w geometrii i fizyce.	4
S3	Całki potrójna: całka potrójna po prostopadłościanie, całka potrójna po obszarze normalnym, zamiana zmiennych w całce potrójnej, współrzędne walcowe i sferyczne, zastosowania całek potrójnych w geometrii i fizyce.	4
S4	Całki n-krotne - informacyjnie.	1
S5	Całka krzywoliniowa niezorientowana: łuki na płaszczyźnie i w przestrzeni, definicja i własności całki krzywoliniowej niezorientowanej, zamiana całki krzywoliniowej niezorientowanej na całkę pojedynczą, zastosowania całki krzywoliniowej niezorientowanej.	4

SEMINARIUM		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
S6	Całka krzywoliniowa zorientowana: definicja i własności całki krzywoliniowej zorientowanej, zamiana całki krzywoliniowej zorientowanej na całkę pojedynczą, niezależność całki od drogi całkowania, twierdzenie Greena, zastosowania całki krzywoliniowej zorientowanej.	4
S7	Całka powierzchniowa niezorientowana: płaty powierzchniowe, definicja i własności całki powierzchniowej niezorientowanej, zamiana całki powierzchniowej niezorientowanej na całkę podwójną, zastosowania całki powierzchniowej niezorientowanej.	4
S8	Całka powierzchniowa zorientowana i elementy analizy wektorowej: definicja i własności całki powierzchniowej zorientowanej, zamiana całki powierzchniowej zorientowanej na całkę podwójną, operator Hamiltona, rotacja i dywergencja pola wektorowego, pole potencjalne, twierdzenie Gaussa i Stokesa, zastosowania całki powierzchniowej zorientowanej.	5

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Dyskusja

N4 Praca w grupach

N5 Prezentacje multimedialne

N6 Konsultacje

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	30
Konsultacje przedmiotowe	5
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	20
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>60</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	2.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Zadanie tablicowe

F2 Odpowiedź ustna

F3 Kolokwium

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Średnia ważona ocen formujących

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje (pochodna cząstkowa, kierunkowa, Frecheta, ekstrema lokalne, funkcja uwikłana) i podstawowe twierdzenia z teorii rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznane pojęcia i definicje zilustrować przykładami.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.

NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności między twierdzeniami tego działu.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi obliczyć pochodne cząstkowe i kierunkowe funkcji wielu zmiennych, wskazać pochodną Frecheta, wyznaczyć ekstrema lokalne prostych funkcji dwóch zmiennych, zróżniczkować funkcję uwikłaną.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi wyznaczyć ekstrema lokalne oraz globalne funkcji wielu zmiennych, wyznaczać ekstrema lokalne funkcji uwikłanych.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi wyznaczać ekstrema warunkowe oraz stosować metody rachunku różniczkowego w zagadnieniach związanych z optymalizacją.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznać pojęcia i definicje zilustrować przykładami.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności między twierdzeniami tego działu.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi policzyć całki podwójne i potrójne.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi wyjaśnić analityczny i geometryczny sens tych pojęć.

NA OCENĘ 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi uzasadnić przeprowadzone obliczenia powołując się na własności i twierdzenia.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału takie jak całka krzywoliniowa nieskierowana oraz skierowana, powierzchniowa nieorientowana i zorientowana oraz zna podstawowe twierdzenia o istnieniu tych pojęć.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznać pojęcia i definicje zilustrować przykładami.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności między twierdzeniami tego działu.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 6	
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi obliczyć całki krzywoliniowe nieskierowane oraz skierowane, powierzchniowe nieorientowane oraz zorientowane.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi wyjaśnić analityczny i geometryczny sens tych pojęć.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi uzasadnić przeprowadzone obliczenia powołując się na własności i twierdzenia.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K1_W01	Cel 1	S1	N1 N2 N3 N5 N6	F1 F2 F3 P1
EK2	K1_U10	Cel 1	S1	N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 P1
EK3	K1_W01	Cel 2	S2 S3 S4	N1 N2 N3 N5 N6	F1 F2 F3 P1
EK4	K1_U10	Cel 2	S2 S3 S4	N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 P1
EK5	K1_W01	Cel 3	S5 S6 S7 S8	N1 N2 N3 N5 N6	F1 F2 F3 P1
EK6	K1_U10	Cel 3	S5 S6 S7 S8	N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 P1

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] M. Gewert, Z. Skoczylas — *Analiza matematyczna 1*, Wrocław, 2010, GIS
- [2 ] M. Gewert, Z. Skoczylas — *Analiza matematyczna 2*, Wrocław, 2009, GIS
- [3 ] W. Żakowski, W. Kołodziej — *Matematyka cz.I*, Warszawa, 2000, WNT
- [4 ] W. Żakowski, W. Kołodziej — *Matematyka cz.II*, Warszawa, 2000, WNT
- [5 ] M. Gewert, Z. Skoczylas — *Elementy analizy wektorowej*, Wrocław, 2002, GIS
- [6 ] W. Stankiewicz — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni Technicznych*, Warszawa, 1983, PWN
- [7 ] W. Krysicki, L. Włodarski — *Analiza matematyczna w zadaniach cz.I*, Warszawa, 1983, PWN
- [8 ] W. Krysicki, L. Włodarski — *Analiza matematyczna w zadaniach cz.II*, Warszawa, 1983, PWN

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] T. Winiarska, T. Winiarski — *Wykłady z Analizy Matematycznej*, Kraków, 2010, Wyd. PK

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Adam Bednarz (kontakt: adam.bednarz@pk.edu.pl)



## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)