

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2019/2020

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Metody stochastyczne
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Stochastic methods
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIIS B4 19/20
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty podstawowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	6.00
SEMESTRY	1

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
1	45	15	0	15	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zaznajomienie studentów z podstawowymi pojęciami i metodami analizy stochastycznej

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Wiedza i umiejętności z analizy matematycznej, algebry liniowej, rachunku prawdopodobieństwa, statystyki

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna podstawowe pojęcia analizy stochastycznej i zna własności omawianych pojęć.

EK2 Umiejętności Student potrafi przeprowadzić obliczenia związane z modelowaniem przy użyciu procesu Poissona i procesu Wienera, związane z zagadnieniem martyngałów.

EK3 Umiejętności Student potrafi stosować formułę Ito w zagadnieniach związanych ze stochastycznymi równaniami różniczkowymi.

EK4 Umiejętności Student potrafi przeprowadzić obliczenia związane z zagadnieniem szeregów czasowych AR-MA.

EK5 Kompetencje społeczne Student uczestniczy regularnie w zajęciach, zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia w oparciu o literaturę specjalistyczną.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BŁOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Definicja procesu stochastycznego, rozkłady skończone wymiarowe procesu, wartość średnia, funkcja kowariancji, twierdzenie o ciągłej modyfikacji.	2
W2	Baza stochastyczna, procesy prognozowalne, progresywnie mierzalne, nieantycypujące.	2
W3	Zbiory cylindryczne i rozkład procesu stochastycznego, rodziny zgodne rozkładów i twierdzenie Daniella-Kolmogorowa.	2
W4	Proces Poissona, jego własności i zastosowania. Złożony proces Poissona i jego zastosowania w finansach i ubezpieczeniach.	4
W5	Proces Wienera, własności trajektorii, kryteria "bycia procesem Wienera", wariacja kwadratowa, most Browna, geometryczny ruch Browna, informacja o wielowymiarowym procesie Wienera.	4
W6	Czas zatrzymania, własności. Chwila pierwszej wizyty w zbiorze. Sigma-ciało zbiorów obserwowalnych do chwili losowej. Proces zatrzymany.	2
W7	Martyngały, nadmartyngały, podmartyngały, definicja, własności. Nierówności maksymalne. Zbieżność martyngałów. Jednostajna całkowalność. Ciągła wersja twierdzenia Dooba.	6
W8	Stochastyczna całka Ito dla procesów prostych i dla procesów nieantycypujących, własności. Procesy Ito i formuła Ito. Twierdzenie o reprezentacji martyngału całkowalnego z kwadratem.	4

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W9	Stochastyczne równania różniczkowe, geneza. Twierdzenie o istnieniu jednoznacznego rozwiązania w mocnym sensie. Rozwiązanie ogólne układu liniowego stochastycznych równań różniczkowych. Zastosowanie stochastycznych równań różniczkowych do analizy rozwiązań równań różniczkowych cząstkowych.	6
W10	Szeregi czasowe: model filtru liniowego, funkcja przenoszenia, model stabilny. Szeregi czasowe stacjonarne w węższym i szerszym sensie, funkcja autokowariancji i autokorelacji i ich estymacja. Analiza częstotliwościowa modeli stacjonarnych, periodogram, spektrum, funkcja gęstości spektralnej.	5
W11	Proces liniowy: funkcja tworząca autokowariancji, warunki stacjonarności i odwracalności. Procesy AR(p): warunki stacjonarności i odwracalności, funkcja autokorelacji i spektrum, równania Yule'a-Walkera, funkcja autokorelacji cząstkowej.	4
W12	Procesy MA(q) : warunki stacjonarności i odwracalności, funkcja autokorelacji i spektrum. Procesy ARMA(p,q): warunki stacjonarności i odwracalności, funkcja autokorelacji i spektrum, prognozowanie.	4

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
K1	Generowanie liczb zgodnie z ustalonym rozkładem. Symulacja procesu Wienera oraz procesu Poissona.	5
K2	Symulacja rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych.	5
K3	Generowanie szeregów AR(p), MA(q), ARMA(p,q). Identyfikacja tych modeli.	5

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Wyznaczanie rozkładów skończenie wymiarowych procesów stochastycznych. Obliczanie średniej procesu i funkcji kowariancji.	1
C2	Rozwiązywanie zadań dotyczących mierzalności procesu stochastycznego.	1
C3	Rozwiązywanie zadań dotyczących procesu Poissona i procesu Wienera.	2
C4	Rozwiązywanie zadań dotyczących czasów zatrzymania i martyngałów.	3
C5	Rozwiązywanie zadań dotyczących całki stochastycznej, stochastycznych równań różniczkowych i formuły Ito.	3

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C6	Rozwiązywanie zadań dotyczących ogólnych modeli liniowych.	3
C7	Rozwiązywanie zadań dotyczących modeli AR(p), MA(q), ARMA(p,q).	2

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Ćwiczenia laboratoryjne

N4 Konsultacje

N5 e-learning

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	75
Konsultacje przedmiotowe	10
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	90
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	180
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	6.00

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

OCENA PODSUMOWUJĄCA**P1** Egzamin pisemny**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU**

W1 Dwa sprawdziany na Ćwiczeniach. Bieżące rozwiązywanie zadań przy pomocy pakietów komputerowych na Laboratorium. Egzamin pisemny w sesji egzaminacyjnej. Ustala się ocenę ważoną OW następująco: $OW = 0,6 \cdot OE + 0,2 \cdot O\acute{C} + 0,2 \cdot OL$, gdzie OE oznacza ocenę uzyskaną na egzaminie, O $\acute{C}$ ocenę uzyskaną na Ćwiczeniach, OL ocenę uzyskaną na Laboratorium. Jeśli OW należy do przedziału $[3; 3.25)$, to OK=3, gdzie OK oznacza ocenę końcową z przedmiotu. Jeśli OW należy do przedziału $[3.25; 3.75)$, to OK=3.5. Jeśli OW należy do przedziału $[3.75; 4.25)$, to OK=4. Jeśli OW należy do przedziału $[4.25; 4.75)$, to OK=4.5. Jeśli OW należy do przedziału $[4.75; 5]$, to OK=5.

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Nie zna podstawowych pojęć analizy stochastycznej.
NA OCENĘ 3.0	Student zna około połowy pojęć podstawowych.
NA OCENĘ 3.5	Student zna około połowy podstawowych pojęć i zna ich własności.
NA OCENĘ 4.0	Student zna około 75% podstawowych pojęć i zna ich własności.
NA OCENĘ 4.5	Student zna prawie wszystkie pojęcia i zna ich własności.
NA OCENĘ 5.0	Student zna wszystkie pojęcia i zna ich własności.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Nie potrafi przeprowadzić obliczeń związanych z modelowaniem przy użyciu procesu Poissona, procesu Wienera, związane z zagadnieniem martyngałów.
NA OCENĘ 3.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i rozpocząć obliczenia.
NA OCENĘ 3.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie niektóre obliczenia.
NA OCENĘ 4.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie większość obliczeń.
NA OCENĘ 4.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie prawie wszystkie obliczenia.
NA OCENĘ 5.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie wszystkie obliczenia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Nie potrafi zastosować formuły Ito.
NA OCENĘ 3.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i rozpocząć obliczenia.
NA OCENĘ 3.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie niektóre obliczenia.

NA OCENĘ 4.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie większość obliczeń.
NA OCENĘ 4.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie prawie wszystkie obliczenia.
NA OCENĘ 5.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie wszystkie obliczenia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Nie potrafi przeprowadzić obliczeń związanych z zagadnieniem szeregów czasowych ARMA.
NA OCENĘ 3.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i rozpocząć obliczenia.
NA OCENĘ 3.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać niektóre obliczenia.
NA OCENĘ 4.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie większość obliczeń.
NA OCENĘ 4.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie prawie wszystkie obliczenia.
NA OCENĘ 5.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie wszystkie obliczenia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zdaje sobie sprawy z ograniczeń własnej wiedzy i nie rozumie potrzeby dalszego kształcenia się
NA OCENĘ 3.0	Uczestniczy w większości zajęć.
NA OCENĘ 3.5	Uczestniczy w większości zajęć, ma świadomość potrzeby dalszego kształcenia się.
NA OCENĘ 4.0	Uczestniczy regularnie w zajęciach, ma świadomość potrzeby dalszego kształcenia się, sporadycznie zabiera głos w dyskusjach.
NA OCENĘ 4.5	Uczestniczy regularnie w zajęciach, ma świadomość potrzeby dalszego kształcenia się, często zabiera głos w dyskusjach.
NA OCENĘ 5.0	Uczestniczy we wszystkich zajęciach, ma świadomość potrzeby dalszego kształcenia się, zabiera głos w dyskusjach i argumentuje swoje zdanie.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W01 K_W04 K_W07 K_W09	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 K1 K2 K3 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7	N1 N2 N3 N4 N5	F1 P1
EK2	K_U11 K_U16 K_U18	Cel 1	W4 W5 W6 W7 C1 C2 C3 C4	N1 N2 N3 N4 N5	F1 P1
EK3	K_U16 K_U18	Cel 1	W8 W9 K2 C1 C2 C5	N1 N2 N3 N4 N5	F1 P1
EK4	K_U12 K_U18 K_U22	Cel 1	W10 W11 W12 K3 C6 C7	N1 N2 N3 N4 N5	F1 P1
EK5	K_K01 K_K06	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 K1 K2 K3 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7	N1 N2 N3 N4 N5	P1

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | R. Lipcer, A. Szirjajew — *Statystyka procesów stochastycznych*, Warszawa, 1981, PWN
- [2] | A.D. Wentzell — *Wykłady z teorii procesów stochastycznych*, Warszawa, 1980, PWN
- [3] | A. Plucińska, E. Pluciński — *Probabilistyka : rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna, procesy stochastyczne*, Warszawa, 2009, WNT

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | A. Janicki, A. Izydorchyk — *Komputerowe metody w modelowaniu stochastycznym*, Warszawa, 2001, WNT
- [2] | J. Jakubowski, R. Sztencel — *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Warszawa, 2010, Script

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Marek Malinowski (kontakt: mmalinowski@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 Dr Marek Malinowski (kontakt: mmalinowski@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....