

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2019/2020

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Rachunek wariacyjny i teoria sterowania
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Variational Calculus and Optimal Control Theory
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIIS D4 19/20
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty specjalnościowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	4

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
4	30	0	0	0	0	30

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Opanowanie metod rachunku wariacyjnego.

**Cel 2** Opanowanie podstawowych zagadnień sterowania optymalnego.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Znajomość podstaw analizy matematycznej umiejętność rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna podstawy teorii rachunku wariacyjnego

**EK2 Wiedza** Student zna podstawy teorii sterowania optymalnego.

**EK3 Umiejętności** Student umie wyznaczać ekstremale funkcjonału w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym.

**EK4 Umiejętności** Student potrafi wyznaczać ekstremale w przypadku bardziej złożonych zagadnień wariacyjnych. Student potrafi wyznaczać ekstrema funkcjonałów całkowitych przy pomocy metod rachunku wariacyjnego. Student potrafi rozwiązywać podstawowe zagadnienia sterowania optymalnego.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Najprostsze zagadnienie wariacyjne. Pojęcie funkcjonału, ekstrema słabe i mocne. Lemat Lagrange'a, równanie Eulera jako warunek konieczny na ekstremum funkcjonału w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym. Twierdzenie Hilberta o regularności ekstremal.	6
W2	Zaawansowane zagadnienia wariacyjne. Zagadnienia wariacyjne dla układów funkcji. Zagadnienia wariacyjne z pochodnymi wyższych rzędów. Zagadnienia wariacyjne dla funkcji wielu zmiennych. Zagadnienia wariacyjne z ruchomymi końcami. Zagadnienie Bolzy.	8
W3	Zagadnienia wariacyjne z więzami. Zagadnienia izoperymetryczne, metoda mnożników Lagrange'a. Zagadnienia wariacyjne z ekstremami warunkowymi.	6
W4	Warunek wystarczający na ekstremum. Lemat Legendre'a, drugi warunek konieczny na ekstremum funkcjonału w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym. Równanie Jacobiego, warunek Jacobiego jako warunek wystarczający na ekstremum funkcjonału w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym.	5
W5	Zagadnienia sterowania optymalnego. Informacja o systemach dynamicznych. Zagadnienie sterowania optymalnego z ustalonym horyzontem czasowym, zasada maksimum Pontriagina. Zagadnienie sterowania optymalnego z nieustalonym momentem końcowym, warunek transwersalności.	5

PROJEKT		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN

PROJEKT		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>P1</b>	Najprostsze zagadnienie wariacyjne. Związki pomiędzy ekstremami słabymi i mocnymi funkcjonalów całkowych. Klasyczne zagadnienia rachunku wariacyjnego, zastosowanie równania Eulera do wyznaczania ekstremal w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym.	6
<b>P2</b>	Zaawansowane zagadnienia wariacyjne. Wyznaczanie ekstremal w zaawansowanych zagadnieniach wariacyjnych. Zastosowanie warunków transversalności w zagadnieniach z ruchomymi końcami i w zagadnieniu Bolzy.	8
<b>P3</b>	Zagadnienia wariacyjne z więzami. Zastosowanie metody mnożników Lagrange'a do zagadnień izoperymetrycznych i do wyznaczania innych ekstremów warunkowych.	6
<b>P4</b>	Warunek wystarczający na ekstremum. Badanie warunków równoważnych warunkowi Jacobiego. Zastosowanie warunku Jacobiego do wyznaczania ekstremum funkcjonału w najprostszym zagadnieniu wariacyjnym.	6
<b>P5</b>	Zagadnienia sterowania optymalnego. Zastosowanie zasady maksimum Pontriagina w zadaniach sterowania optymalnego z ustalonym momentem końcowym.	4

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

**N3** Konsultacje

**N4** Ćwiczenia projektowe

**N5** e-learning

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	15
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	25
Opracowanie wyników	20
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	20
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>150</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

## 9 SPOSOBY OCENY

W przypadku nauki zdalnej zajęcia/kolokwia/prace projektowe odbywają się w trybie synchronicznym z wykorzystaniem narzędzi do nauki na odległość.

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P3 Średnia arytmetyczna ocen z kolokwiów

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi dobrać właściwy wzór przynajmniej do jednego rozważanego problemu - wiedza sprawdzana podczas kolokwium dotyczącego umiejętności.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi dobrać właściwy wzór przynajmniej do dwóch z rozważanych zadań - wiedza sprawdzana podczas kolokwium dotyczącego umiejętności.

NA OCENĘ 4.0	Student potrafi dobrać właściwy wzór przynajmniej do trzech z rozważanych zadań - wiedza sprawdzana podczas kolokwium dotyczącego umiejętności.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi dobrać właściwy wzór przynajmniej do czterech z rozważanych zadań - wiedza sprawdzana podczas kolokwium dotyczącego umiejętności.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi dobrać właściwy wzór do wszystkich z rozważanych zadań - wiedza sprawdzana podczas kolokwium dotyczącego umiejętności.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi dobrać właściwy wzór przynajmniej do jednego rozważanego problemu - wiedza sprawdzana podczas kolokwium dotyczącego umiejętności.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi dobrać właściwy wzór przynajmniej do dwóch z rozważanych zadań - wiedza sprawdzana podczas kolokwium dotyczącego umiejętności.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi dobrać właściwy wzór przynajmniej do trzech z rozważanych zadań - wiedza sprawdzana podczas kolokwium dotyczącego umiejętności.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi dobrać właściwy wzór przynajmniej do czterech z rozważanych zadań - wiedza sprawdzana podczas kolokwium dotyczącego umiejętności.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi dobrać właściwy wzór do wszystkich z rozważanych zadań - wiedza sprawdzana podczas kolokwium dotyczącego umiejętności.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student otrzymał poniżej 50% sumy punktów z kolokwium sprawdzających umiejętności opisane w EK3
NA OCENĘ 3.0	Student otrzymał co najmniej 50% sumy punktów z kolokwium sprawdzających umiejętności opisane w EK3
NA OCENĘ 3.5	Student otrzymał co najmniej 60% sumy punktów z kolokwium sprawdzających umiejętności opisane w EK3
NA OCENĘ 4.0	Student otrzymał co najmniej 70% sumy punktów z kolokwium sprawdzających umiejętności opisane w EK3
NA OCENĘ 4.5	Student otrzymał co najmniej 80% sumy punktów z kolokwium sprawdzających umiejętności opisane w EK3
NA OCENĘ 5.0	Student otrzymał co najmniej 90% sumy punktów z kolokwium sprawdzających umiejętności opisane w EK3.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student otrzymał poniżej 50% sumy punktów z kolokwium sprawdzających umiejętności opisane w EK3
NA OCENĘ 3.0	Student otrzymał co najmniej 50% sumy punktów z kolokwium sprawdzających umiejętności opisane w EK4

NA OCENĘ 3.5	Student otrzymał co najmniej 60% sumy punktów z kolokwίων sprawdzających umiejętności opisane w EK4
NA OCENĘ 4.0	Student otrzymał co najmniej 70% sumy punktów z kolokwίων sprawdzających umiejętności opisane w EK4
NA OCENĘ 4.5	Student otrzymał co najmniej 80% sumy punktów z kolokwίων sprawdzających umiejętności opisane w EK4
NA OCENĘ 5.0	Student otrzymał co najmniej 90% sumy punktów z kolokwίων sprawdzających umiejętności opisane w EK4

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W04 K_W07	Cel 1	W1 W2 W3 W4 P1 P2 P3 P4	N1 N2 N3 N5	F1
EK2	K_W04 K_W07	Cel 2	W5 P5	N1 N2 N3	F1
EK3	K_U05 K_U06	Cel 1	W1 W4 P1 P4	N1 N2 N3 N5	F1 P3
EK4	K_U06 K_U16	Cel 1 Cel 2	W2 W3 W4 W5 P2 P3 P5	N1 N2 N3 N5	F1 P3

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | **J. Muszynski** — *Równania różniczkowe zwyczajne i elementy rachunku wariacyjnego*, Warszawa, 2003, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej
- [2] | **E. Panek** — *Ekonomia matematyczna*, Poznań, 2003, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu
- [3] | **M.L. Krasnov, G.I. Makarenko, A.I. Kisielev** — *Problems and Exercises in the Calculus of Variations*, Moscow, 1984, Mir Publishers

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **W. Kołodziej** — *Wybrane rozdziały analizy matematycznej*, Warszawa, 1970, PWN
- [2] | **L. Komzsik** — *Applied Calculus of Variations for Engineers*, Boca Raton, 2009, CRC Press

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Mariusz Jużyniec (kontakt: juzyniec@pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Mariusz Jużyniec (kontakt: juzyniec@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....