

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2019/2020

Wydział Inżynierii Materiałowej i Fizyki

Kierunek studiów: Fizyka Techniczna

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: FT

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie komputerowe

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                         |
|-----------------------------------------|-------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Fizyka czasoprzestrzeni |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Physics of spacetime    |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WIMiF FT oIIS F3 19/20  |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty wybieralne   |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 3.00                    |
| SEMESTRY                                | 3                       |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 3       | 30     | 0         | 0            | 15                               | 0          | 15      |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zapoznanie studenta z nowoczesnym ujęciem wybranych zagadnień klasycznej relatywistyki dotyczących fizyki ruchu i czasoprzestrzeni, z naciskiem na aspekt geometryczny poruszanych zagadnień.

**Cel 2** Zapoznanie studenta z elementami uogólnionej dynamiki hamiltonowskiej Diraca w zastosowaniu do opisu minimalnego modelu cząstki relatywistycznej ze spinowymi stopniami swobody.

**Cel 3** Rozwinięcie umiejętności programistycznych w zakresie zastosowań algebry komputerowej do obliczeń symbolicznych specyficznych dla zagadnień relatywistyki i geometrii różniczkowej

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- 1 Znajomość podstaw algebry oraz rachunku różniczkowego i całkowego z elementarnymi zastosowaniami do geometrii różniczkowej
- 2 Podstawowe umiejętności programistyczne w zakresie komputerowej algebry symbolicznej (środowisko 'Mathematica' lub podobne)

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna istotę teorii względności, podstawowe pojęcia dotyczące geometrii Minkowskiego, kinematyki relatywistycznej oraz zna zasadę konstrukcji teorii relatywistycznie-niezmiennej. Student posiada podstawową wiedzę dotyczącą uogólnionej mechaniki hamiltonowskiej (z więzami).

**EK2 Wiedza** Student zna elementy absolutnego rachunku różniczkowego oraz podstawowe pojęcia geometrii różniczkowej w zastosowaniu do opisu klasycznej cząstki i czasoprzestrzeni.

**EK3 Umiejętności** Student potrafi zastosować wybrany język algebry symbolicznej do stworzenia odpowiednich modułów i wykorzystać je do wyprowadzenia podstawowych efektów relatywistycznych oraz rozwiązywania zagadnień relatywistyki omawianych na zajęciach.

**EK4 Kompetencje społeczne** Student rozwija umiejętności pracy w zespole, postępuje etycznie

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| PROJEKT   |                                                                                                                                       |                  |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>P1</b> | Transport Fermiego-Walkera wektora polaryzacji w ruchu wymuszonym i geodezyjnym po orbicie kołowej w czasoprzestrzeni Schwarzschilda. | 8                |
| <b>P2</b> | Transformacje konforemne i kształt ciał w ruchu.                                                                                      | 7                |

| LABORATORIUM KOMPUTEROWE |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                  |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP                       | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>K1</b>                | Grupa transformacji niezmienniczych interwału $t^2-x^2$ . Jednostajny ruch o okręgu: czas własny, przyspieszenie w układzie własnym i względem obserwatora stacjonarnego, energia w układzie własnym i w układzie środka masy dla wiązek przeciwbieżnych, prędkość i energia elektronu (czynniki $\gamma$ ) dla krytycznego przyspieszenia własnego. Ruch hiperboliczny jako złożenie jednostajnego ruchu postępowego i ruchu płaskiego ze stałym przyspieszeniem własnym, związek czasu własnego z czasem obserwatora stacjonarnego; prędkość względna, przesunięcie ku czerwieni i przyspieszenie względem obserwatora stacjonarnego jako funkcje czasu; granica newtonowska. | 2                |

| LABORATORIUM KOMPUTEROWE |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                  |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP                       | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>K2</b>                | Przeniesienie jednostkowego wektora przestrzennego w ruchu hiperbolicznym i w ruchu jednostajnym po okręgu.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 2                |
| <b>K3</b>                | Efekt Dopplera i aberracja kąta promienia świetlnego (konstrukcja w przypadku ogólnym)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 2                |
| <b>K4</b>                | Operatory Lorentza: macierz operatora Lorentza o dwóch zachowanych kierunkach zerowych (postać ogólna, kąt eliptyczny i hiperboliczny), macierz parabolicznej transformacji Lorentza (postać ogólna, kąt paraboliczny), związek kąta parabolicznego i hiperbolicznego przy transformacji dwóch wektorów czasowych na siebie, macierz operatora Lorentza wyrażona poprzez parametry Cayley-Kleina odpowiadającej mu homografii                                                                                                                                                                                                                         | 2                |
| <b>K5</b>                | Podrozmaitości: parametryzacja wewnętrzna, wektory styczne, postać metryki indukowanej, symbole Christoffela: w R3: sfera - zmienne geograficzne i stereograficzne na sferze, pseudosfera, stożek, torus; w R4: trójsfera; w M4: 2+1D czasoprzestrzeń de Sittera, rozszerzenie na 4-wymiarowa czasoprzestrzeń obserwatorów przyspieszonych; 3D przestrzeń Łobaczewskiego, konstrukcja wektora normalnego, rozszerzenie na 4-wymiarowa czasoprzestrzeń; stożek świetlny.                                                                                                                                                                               | 3                |
| <b>K6</b>                | Czasoprzestrzeń Schwarzschilda: konstrukcja bazy obserwatora lokalnie inercjalnego (w ruchu radialnym) oraz stacjonarnego, przyspieszenie obserwatora stacjonarnego, ruch geodezyjny kołowy i wymuszony, efekt Dopplera przy emisji z orbity kołowej (emisja i absorpcja fotonu przez obserwatora ruchomego względem lokalnych obserwatorów stacjonarnych w zależności od kąta emisji), spadek swobodny radialny nad horyzontem zdarzeń, czas własny spadku na osobliwość, zagadnienie Keplera, rozwiązanie przybliżone i ścisłe, kąt odchylenia z całej energii dla asymptotycznej hiperboli, kąt precesji perycentrum w ruchu związanym niekołowym. | 4                |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                  |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Czasoprzestrzeń Arystotelesa. Czasoprzestrzeń Galileusza: pojęcie czasu absolutnego i próżni kartezjańskiej, przestrzeń Euklidesa jako model przestrzeni stałego czasu, symetrie przestrzeni (izometrie). Czasoprzestrzeń Minkowskiego: pewniki geometrii Minkowskiego, tensor metryczny, postać kanoniczna w układzie współrzędnych kartezjańskich (bazy ortonormalne), trzy rodzaje wektorów i trzy rodzaje płaszczyzn, składowe kontrawariantne i kowariantne wektorów, współrzędnościowe wektory i formy bazowe. | 3                |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                  |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W2</b> | Cząstka punktowa: wektor wodzący, linia świata, wektor czasowy styczny, definicja czasu własnego, 4-prędkość, hipoteza zegara, zegar elektronu, czas własny jako najprostszy (reparametryzacyjnie niezmienniczy) funkcjonal linii świata prowadzący do równań II rzędu, wyznaczenie pędów kanonicznych, symetrie - związek z prawami zachowania (wyznaczenie 10 całek ruchu). Granica newtonowska (rozwinięcia Taylora), formalizm hamiltonowski dla cząstki newtonowskiej (przypomnienie), konstrukcja Hamiltonianu dla cząstki punktowej (z ustaloną zmienną czasową), transformacja Legendre'a dla pełnego Lagrangianu. Opis cząstki masywnej i zerowej w uogólnionej mechanice hamiltonowskiej Diraca, powłoka masy oraz stożek świetlny jako więzy, równania Hamiltona, nowa definicja 4-prędkości, przejście od Hamiltonianu do Lagrangianu.                                                                                   | 5                |
| <b>W3</b> | Obserwatorzy: baza obserwatora lokalnie inercjalnego związana z jego krzywą czasową, przestrzeń własna obserwatora, operator rzutowy na przestrzeń własną, prędkość względna dwóch obserwatorów. Teoria efektu Dopplera i aberracji (ogólne wyprowadzenie w ujęciu geometrycznym), definicja energii i pędu cząstki masywnej oraz częstości i wektora falowego fotonu względem obserwatora. Pochodna Fermiego i transport Fermiego-Walkera w czasoprzestrzeni Minkowskiego, przeniesienie bazy wzdłuż czasowej linii świata, precesja Thomasa.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 5                |
| <b>W4</b> | Geometria czasoprzestrzeni Minkowskiego I: przekształcenia Poincarego, cztery rodzaje przekształceń Lorentza, objętość w geometrii Minkowskiego, operatory Lorentza (interpretacja czynna i bierna), wektory własne operatorów Lorentza, związek zerowych kierunków i liczb zespolonych, związek przestrzennych kierunków i okręgów na sferze liczb zespolonych, operatory Lorentza jako przekształcenia zbioru liczb zespolonych w siebie, klasyfikacja właściwych, zachowujących kierunek czasu przekształceń Lorentza, postać kanoniczna tychże przekształceń (hiperboliczne, eliptyczne i paraboliczne) oraz ich znaczenie fizyczne, dwustosunek czterech zerowych kierunków, wartości wyróżnione, czwórki harmoniczne związane z bazą ortonormalną, czwórki symetryczne, gwiazda Keplera, niezmienniczość kąta w przekształceniu loksodromicznym, zespolone kąty Eulera.                                                        | 5                |
| <b>W5</b> | Geometryczny model cząstki ze spinem - rotator relatywistyczny jako najprostszy model cząstki ze spinem. Konstrukcja Lagrangianu, wektor Mathissona-Pauliego-Lubańskiego. Opis hamiltonowski z więzami w formalizmie Diraca. Osobliwość odwrotnej transformacji Legendre'a i zegar idealny.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 5                |
| <b>W6</b> | Globalny teleparalelizm oraz jego utrata w polu grawitacyjnym, uwagi na temat niemożności skonstruowania prędkości względnej na odległość, problem kinematycznej interpretacji poczerwienienia galaktyk, zagadnienie niejednoznaczności 4-wektora energii-pędu dla obiektu rozciągniętego (gwiazdy) w obecności grawitacji. Układ współrzędnych krzywoliniowych w czasoprzestrzeni Minkowskiego, podrozmaitości kanoniczne i ich znaczenie fizyczne (przestrzeń Łobaczewskiego, powłoka masy i przestrzeń 4-prędkości; czasoprzestrzeń deSittera, powłoka spinu, związek z kwantową teorią ładunku elektrycznego; stożek świetlny), współrzędne wewnętrzne, współrzędnościowe wektory bazowe, postać indukowanego tensora metrycznego w tych współrzędnych. Wszechświat Milne'a - kinematyczny model wybuchu, rozkład algebraiczny pola 4-prędkości, tensor i wektor wiru, tensor ścinania, tensor ekspansji, niezmienniki skalarne. | 3                |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                  |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W7</b> | Wyprowadzenie równań ruchu swobodnego w układzie krzywoliniowym (geodezyjne pierwszego rodzaju), symbole Christoffela, wyrażenie poprzez indukowany tensor metryczny. Zasada minimalnego sprzężenia z polem grawitacyjnym. Pochodna kowariantna wektorów i tensorów (geneza z pochodnej wektora w przestrzeni płaskiej). Przeniesienie równoległe i geodezyjne drugiego rodzaju. Jedyność koneksji beztorsyjnej i metrycznej - tożsamość geodezyjnych pierwszego i drugiego rodzaju. Związek z możliwością wprowadzenia lokalnych obserwatorów inercjalnych. Pochodna Fermiego i transport Fermiego-Walkera w czasoprzestrzeni zakrzywionej. | 4                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykład konwencjonalny

**N2** Konsultacje indywidualne

**N3** Ćwiczenia laboratoryjne i projektowe (praca w grupach)

**N4** Zagadnienia rachunkowe wspomagane algebrą symboliczną w laboratorium komputerowym

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 60                                                      |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 2                                                       |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 3                                                       |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 15                                                      |
| Opracowanie wyników                                                                              | 7                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 3                                                       |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>90</b>                                               |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 3.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** sprawozdanie z wybranych ćwiczeń laboratoryjnych

**F2** aktywne i regularne uczestnictwo w zajęciach, bieżąca kontrola na zajęciach

**F3** projekt zaliczeniowy

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Średnia ważona ocen formujących

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** średnia ocena co najmniej 3.0

### KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                      |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 3.0        | Student orientuje się w poruszanych zagadnieniach, zna ważniejsze definicje i pojęcia                                                                                |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 3.0        | Student orientuje się w poruszanych zagadnieniach, zna podstawowe definicje, rozwiązuje trudniejsze zadania posiłkując się wskazówkami prowadzącego                  |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 3.0        | Student posiada podstawowe umiejętności programistyczne w zakresie komputerowej algebry symbolicznej, rozwiązuje zagadnienia posiłkując się wskazówkami prowadzącego |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 3.0        | Student w miarę aktywnie uczestniczy w pracach zespołu, postępuje etycznie                                                                                           |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU                                                        | CELE PRZEDMIOTU      | TREŚCI PROGRAMOWE                                     | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------|---------------|
| EK1               | K_W01b<br>K_U01b<br>K_U03b K_K04                                                                                                      | Cel 1 Cel 2          | P1 P2 K1 K2 K3<br>K4 K5 K6 W1<br>W2 W3 W4 W5<br>W6 W7 | N1 N2                 | F2            |
| EK2               | K_W01b<br>K_U01b<br>K_U03b K_K04                                                                                                      | Cel 1 Cel 2          | P1 P2 K1 K2 K3<br>K4 K5 K6 W1<br>W2 W3 W4 W5<br>W6 W7 | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 F3 P1   |
| EK3               | K_W01b<br>K_W02b<br>K_W03 K_W05<br>K_W09b<br>K_U01b K_U02<br>K_U03b<br>K_U04b<br>K_U08b K_U13<br>K_U14 K_U16b<br>K_K01 K_K03<br>K_K04 | Cel 1 Cel 2<br>Cel 3 | P1 P2 K1 K2 K3<br>K4 K5 K6                            | N2 N3 N4              | F1 F2 F3 P1   |
| EK4               | K_K03 K_K04                                                                                                                           | Cel 3                | P1 P2 K1 K2 K3<br>K4 K5 K6                            | N3                    | F2 F3         |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

[1] | C.W. Misner, K.S. Thorne, J.A. Wheeler — *Gravitation*, , 1973, San Francisco: W. H. Freeman

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

[1] | P.A.M. Dirac — *Lectures on Quantum Mechanics*, New York, 1964, Yeshiva University

[2] | L.M. Sokołowski — *Elementy analizy tensorowej*, Warszawa, 2010, Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego

[3] | A. Staruszkiewicz — *Algebra i geometria*, Kraków, 1993, NKF UJ

[4] | M. Heller — *Fizyka ruchu i czasoprzestrzeni*, Warszawa, 1993, PWN

[5] | — *Literatura specjalistyczna w języku angielskim (oryginalne artykuły naukowe)*, , 0,

**LITERATURA DODATKOWA**

- [1] | **R. Penrose** — *The Road to Reality. A complete guide to the laws of the Universe*, London, 2004, Jonathan Cape

**12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH****OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ**

dr hab. Łukasz Bratek (kontakt: lukasz.bratek@pk.edu.pl)

**OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT**

- 1 dr hab. Łukasz Bratek (kontakt: lukasz.bratek@pk.edu.pl)

**13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI**

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....