

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2020/2021

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Dyskretnie układy dynamiczne
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	An introduction to discrete dynamical systems
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIS C17 20/21
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	4.00
SEMESTRY	5

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
5	30	20	0	0	0	10

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie studentów z podstawami teorii układów dynamicznych z czasem dyskretnym i zastosowaniami tych układów do modelowania zjawisk fizycznych, biologicznych i społeczno-ekonomicznych.

Cel 2 Nauka praktycznego zastosowania wiedzy zdobytej na studiach i pomocy naukowych (w tym komputerów i oprogramowania) w rozwiązywaniu konkretnych problemów, których elementem jest dynamiczna zmiana w czasie.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Podstawy analizy matematycznej, podstawy rachunku prawdopodobieństwa.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Zna podstawy metod numerycznych w matematyce i ich zastosowania.

EK2 Wiedza Zna podstawowe twierdzenia dotyczące dyskretnych układów dynamicznych i ich zastosowania.

EK3 Umiejętności Potrafi stosować poznane pojęcia i metody rachunku różniczkowego i różnicowego do badania ciągłych i dyskretnych układów dynamicznych.

EK4 Umiejętności Potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych w zastosowaniach praktycznych.

EK5 Kompetencje społeczne Uznaje znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów poznawczych i praktycznych.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

PROJEKT		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
P1	Układ topologiczny na skończonym zbiorze. Przykład topologii na zbiorze skończonym Funkcja ciągła, trajektorie. Przykład wybrany przez studenta i oparty na elementach z życia codziennego.	1
P2	Automaty komórkowe, gra w życie, warunki brzegowe, oscylatory, statki, struktury nieśmiertelne w grze w życie, własne struktury zaproponowane przez studentów.	1
P3	Rekurencje, własności ciągu Fibonacciego. Praca nad dowodami twierdzeń, o ciągu Fibonacciego.	1
P4	Przybliżanie funkcji liczbowej przy pomocy rachunku różnicowego, porównanie z przybliżeniem jakie można otrzymać z szeregów Taylora. Szacowanie sum funkcji liczbowych przy pomocy rachunku sumacyjnego i różnicowego.	2
P5	Łańcuchy Markowa, zastosowanie w rekompozycji utworów muzycznych. Program MuseScore - zaawansowany, darmowy edytor nut.	2
P6	Teoria ergodyczna, atraktory, układ Henona w programie Maxima (program komputerowy typu CAS systemów algebry komputerowej).	1
P7	System Funkcji Iterowanych (IFS), trójwymiarowe struktury IFS, oraz dwuwymiarowe struktury fraktalne w grafice żółwia.	1
P8	Praktyczne liczenie wymiaru fraktalnego.	1

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Zastosowania matematyki w modelowaniu zjawisk biologicznych i społecznych. Dyskretny model Malthusa, macierze Lesliego.	2
C2	Macierz przejścia, topologia, ciągłość w przestrzeniach topologicznych, sigma ciało, przestrzenie mierzalne, miara probabilistyczna, zmienna losowa, metryka, przestrzeń metryczna, dyfeomorfizm.	2
C3	Ciąg Cauchy'ego. Przestrzeń metryczna zupełna. Odwzorowanie zwężające. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym.	2
C4	Rachunek różnicowy i sumacyjny, rekurencje.	3
C5	Automaty komórkowe w formie gry na papierze. Badanie różnorodności struktur komórkowych przy użytych zasadach generujących automat komórkowy. Korzystanie z aplikacji komputerowych przygotowanych dla automatów komórkowych.	2
C6	Układ Henona w programie Maxima lub Pythonie. Przekształcenie piekarza i jego własności i praktyczne zastosowanie.	2
C7	Zadania związane z odwzorowaniem logistycznym, wykresy pajęczynowe. Program: Logistic Function Cobweb Diagram - Desmos.	2
C8	Funkcje kwadratowe zmiennej zespolonej używane do generowania fraktali.	1
C9	Geometria fraktalna, układy iterowanych przekształceń (IFS-y), przykłady. Zbiór Cantora, dywan Sierpińskiego, krzywa Kocha i ich generowanie.	2
C10	Obliczanie wymiaru fraktalnego.	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Wprowadzenie podstawowych pojęć, układ dynamiczny. Model ciągły i model dyskretny na przykładzie modelu pojedynczej populacji, biomatematyka. Zastosowania matematyki w modelowaniu zjawisk biologicznych i społecznych. Dyskretny model Malthusa, macierze Lesliego.	2
W2	Elementy algebry liniowej, macierz, macierz przejścia. Definicja topologii, ciągłości w przestrzeniach topologicznych. Definicja sigma ciała, przestrzenie mierzalne. Definicja przestrzeni probabilistycznej, miara probabilistyczna. Elementy rachunku prawdopodobieństwa, zmienna losowa. Definicja przestrzeni metrycznej. Definicja rozmierności, dyfeomorfizmu.	3
W3	Topologiczny układ dynamiczny, metryczny układ dynamiczny, gładki układ dynamiczny.	1

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W4	Ciąg Cauchy'ego. Przestrzeń metryczna zupełna. Odwzorowanie zwężające. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym. Porządek Szarkowskiego. Twierdzenie Szarkowskiego oraz Li-Yorkea.	3
W5	Algebra i równania różnicowe. Rozwiązywanie niejednorodnej kongruencji liniowej. Kasoratan i liniowa niezależność rozwiązań rekurencji. Rachunek sumacyjny i różnicowy, różnica, suma nieoznaczona i suma oznaczona.	3
W6	Dyskretne układy dynamiczne i pojęcia służące do ich opisywania: iterowanie odwzorowań, trajektoria, punkt stały, punkt okresowy, zbiór nieimienniczy, atraktor, repler.	2
W7	Ciągłe i stochastyczne układy dynamiczne. Teoria ergodyczna. Pojęcie miary, twierdzenie Birkhoffa. Podstawowe przykłady: układ Henona, przekształcenie piekarza, dziwne atraktory.	2
W8	Odwzorowanie logistyczne, punkty stałe, orbity, trajektorie chaotyczne, asymptotyczna stabilność, bifurkacja, stała Feigenbauma, wykładnik Lapunowa. Chaos w sensie Devaneya.	4
W9	Łańcuchy Markowa.	3
W10	Funkcje kwadratowe zmiennej zespolonej i zbiór Mandelbrota, zbiory Julii.	2
W11	Wprowadzenie do geometrii fraktalnej, układy iterowanych przekształceń (IFS-y). Klasyczne przykłady: zbiór Cantora, dywan Sierpińskiego, krzywa Kocha.	2
W12	Teoria wymiaru, wymiar euklidesowy, topologiczny, fraktalny, samopodobieństwa, cyrkłowy, pojemnościowy, pudełkowy, Hausdorfa.	3

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Ćwiczenia projektowe

N4 Konsultacje

N6 Prezentacje multimedialne

N7 E-Learning (platforma Moodle), w przypadku potrzeby zajęć zdalnych MS-TEAMS

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	5
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	20
Opracowanie wyników	10
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	20
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	120
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	4.00

9 SPOSOBY OCENY

Zaliczenie kolejnych etapów pracy w laboratorium, kolokwia, przygotowanie referatów studenckich, projektów w wersji pisemnej.

OCENA FORMUJĄCA

F1 oceny za kolejne etapy pracy na ćwiczeniach w tym prace domowe 30%

F2 ocena za pisemne referaty studenckie, projekty 30%

F3 ocena za kolokwia i kartkówki 30%

F4 ocena za aktywność i wkład pracy 10%

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Średnia ważona ocen formujących

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Minimum połowa sumarycznej liczby punktów z całego przedmiotu

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

B1 Ocena prac domowych

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Mniej niż 50% opanowanego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Mniej niż 50% opanowanego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Mniej niż 50% opanowanego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student rozumie potrzebę regularnej pracy i systematycznie uczęszczał na zajęcia.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się systematycznością o której mowa w kryterium na ocenę 3. Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach, a także systematycznie pracuje na platformie e-learningowej.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia warunki, o których mowa w kryterium na ocenę 4. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu poprzez szukanie zastosowań dyskretnych układów dynamicznych oraz sięganie po dodatkowe materiały i literaturę.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W03 K_W04 K_W08 K_W09	Cel 1 Cel 2	P2 P4 P5 P6 P7 P8 C1 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 W4 W5 W6 W7 W8 W10 W11 W12	N1 N3 N4 N6 N7	F1 F2 F3 F4 P1
EK2	K_W02 K_W04 K_W05 K_W07	Cel 1 Cel 2	P3 P4 P6 P7 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12	N1 N2 N4 N6 N7	F1 F2 F3 F4 P1
EK3	K_U03 K_U12a K_U14 K_U27 K_U28	Cel 1 Cel 2	P1 P4 C1 C2 C3 C4 C6 C7 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11	N1 N2 N3 N4 N6 N7	F1 F2 F3 F4 P1
EK4	K_U01 K_U14 K_U16	Cel 1 Cel 2	P1 P2 P4 P5 P6 P7 P8 C1 C4 C5 C6 C7 C9 C10 W1 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W12	N1 N2 N3 N4 N6 N7	F1 F2 F3 F4 P1
EK5	K_K03 K_K05 K_K06	Cel 1 Cel 2	P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12	N1 N2 N3 N4 N6 N7	F1 F2 F3 F4 P1

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | U. Foryś — *Modelowanie matematyczne w biologii i medycynie*, Warszawa, 2011, Uniwersytet Warszawski
- [2] | H.O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe — *Fraktale: granice chaosu*, Warszawa, 2002, PWN
- [3] | C. Robinson — *An Introduction to dynamical Systems: Continuous and Discrete*, USA, 2012, AMS

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Maciej Zakarczemny (kontakt: mzakarczemny@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)