

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2020/2021

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Profil: Praktyczny

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: MS

Stopień studiów: I

Specjalności: Analityka Danych, Matematyka w finansach i ekonomii, Matematyka z Informatyką

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                        |
|-----------------------------------------|------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Analiza matematyczna 1 |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Calculus 1             |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WiT MS pIS C2 20/21    |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty kierunkowe  |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 10.00                  |
| SEMESTRY                                | 1                      |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 1       | 45     | 60        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości ze szkoły średniej, wprowadzenie pojęcia zbieżności, zapoznanie studentów z rachunkiem różniczkowym i całkowym funkcji jednej zmiennej oraz ich zastosowaniami.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Znajomość matematyki na poziomie egzaminu maturalnego.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna i rozumie pojęcie zbieżności i granicy ciągów liczbowych oraz funkcji; pojęcie ciągłości oraz podstawowe własności funkcji ciągłych; pojęcie zbieżności szeregu liczbowego, podstawy rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych a także wykorzystane w nim inne gałęzie matematyki.

**EK2 Umiejętności** Student potrafi spojrzeć kompleksowo na zdobytą wiedzę oraz Student potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego i funkcji, zbadać zbieżność szeregów liczbowych oraz ciągłość funkcji; potrafi rozwiązywać problemy dotyczące zastosowania granicy funkcji i własności funkcji ciągłych; wykorzystywać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach praktycznych, w tym związanych z optymalizacją; zastosować twierdzenia i metody rachunku całkowego do rozwiązywania problemów praktycznych, w szczególności do obliczania długości krzywych, pól i objętości.

**EK3 Umiejętności** Student umie rozwiązywać zadania cząstkowe dotyczące: granicy ciągu liczbowego i funkcji, badania zbieżności szeregów liczbowych oraz ciągłości funkcji; problemów dotyczących zastosowania granicy funkcji i własności funkcji ciągłych; wykorzystujących twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach praktycznych, w tym związanych z optymalizacją; stosowania twierdzeń i metod rachunku całkowego do rozwiązywania problemów praktycznych, w szczególności do obliczania długości krzywych, pól i objętości.

**EK4 Kompetencje społeczne** Student regularnie i aktywnie uczestniczy w zajęciach. Student rozpoznaje braki w swojej wiedzy i próbuje je uzupełniać pracując z materiałami dodatkowymi umieszczonymi na platformie e-learningowej oraz korzystając z literatury.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                  |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                | LICZBA<br>GODZIN |
| C1        | Określanie dziedziny i zbioru wartości, rysowanie wykresu funkcji. Rozwiązywanie równań i nierówności, w których występują funkcje wymierne, potęgowe, wykładnicze, logarytmiczne. Omówienie funkcji trygonometrycznych i cyklometrycznych, w szczególności rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych i cyklometrycznych. | 10               |
| C2        | Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągów geometrycznych, w szczególności zadań ilustrujących ich zastosowania. Badanie monotoniczności i ograniczoności ciągów liczbowych. Obliczanie granic ciągów liczbowych przy użyciu poznanych twierdzeń i granic specjalnych.                                                                    | 8                |
| C3        | Sprawdzanie warunku koniecznego zbieżności szeregu. Badanie zbieżności szeregów liczbowych. Określanie zbieżności bezwzględnej i warunkowej szeregów.                                                                                                                                                                                 | 6                |
| C4        | Obliczanie granicy funkcji; wyznaczanie asymptot wykresu funkcji. Sprawdzanie ciągłości funkcji. Zastosowania własności Darboux i twierdzenia Weierstrassa o przyjmowaniu kresów.                                                                                                                                                     | 8                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                                                        |                  |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                 | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C5</b> | Obliczanie pochodnych, wyznaczanie stycznych do wykresu funkcji, zastosowanie reguły de l'Hospitala. Zastosowania rachunku różniczkowego, w szczególności wyznaczanie ekstremów lokalnych i globalnych, badanie przebiegu zmienności funkcji, zadania optymalizacyjne. | 12               |
| <b>C6</b> | Wyznaczanie funkcji pierwotnej i całki nieoznaczonej. Całkowanie funkcji wymiernych, trygonometrycznych i niewymiernych.                                                                                                                                               | 6                |
| <b>C7</b> | Obliczanie całek oznaczonych. Zastosowanie całki do obliczanie długości łuków, pola zbiorów, objętości i pola powierzchni brył obrotowych. Badanie zbieżności całek niewłaściwych. Obliczanie całek Stieltjesa.                                                        | 10               |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                  |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości ze szkoły średniej. Pojęcie funkcji zmiennej rzeczywistej o wartościach rzeczywistych i jej ogólne własności - monotoniczność, ograniczoność, okresowość, parzystość i nieparzystość, iniekcja, suriekcja, bijekcja. Funkcje elementarne i ich podstawowe własności.                                               | 5                |
| <b>W2</b> | Ciągi liczbowe, w szczególności przypomnienie pojęcia ciągu geometrycznego oraz jego własności. Ciąg ograniczony i monotoniczny. Granica ciągu liczbowego, właściwa i niewłaściwa. Podstawowe twierdzenia rachunku granic (arytmetyka granic ciągów, twierdzenie o trzech ciągach). Twierdzenie o ciągu monotonicznym i ograniczonym. Granice specjalne. | 6                |
| <b>W3</b> | Szeregi liczbowe i ich zbieżność: definicja, własności i przykłady, w szczególności szereg geometryczny i jego zastosowania. Warunek Cauchyego, warunek konieczny i wybrane kryteria zbieżności szeregów. Zbieżność bezwzględna, bezwarunkowa i warunkowa.                                                                                               | 6                |
| <b>W4</b> | Granica i ciągłość funkcji; granice jednostronne, arytmetyka granic funkcji; granice specjalne; asymptoty wykresu funkcji. Funkcje ciągłe i ich własności. Ciągłość jednostajna. Funkcje o wahanii skończonym. Ciągłość funkcji wektorowych argumentu skalarne.                                                                                          | 6                |
| <b>W5</b> | Pochodna funkcji jednej zmiennej rzeczywistej oraz jej interpretacja geometryczna i fizyczna. Podstawowe twierdzenia dotyczące funkcji różniczkowalnych, twierdzenia o wartości średniej. Twierdzenie Taylora. Zastosowania rachunku różniczkowego. Różniczkowalność funkcji wektorowych argumentu skalarne.                                             | 8                |
| <b>W6</b> | Funkcja pierwotna i całka nieoznaczona. Definicja i własności. Istnienie funkcji pierwotnej dla funkcji ciągłej (informacyjnie). Podstawowe metody całkowania. Całkowanie różnych klas funkcji elementarnych.                                                                                                                                            | 6                |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                    | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W7</b> | Całka oznaczona Riemanna. Interpretacja, własności i metody całkowania. Twierdzenia o wartości średniej dla całek. Funkcja górnej granicy całkowania. Wzór Newtona-Leibniza. Całki niewłaściwe. Zastosowania geometryczne i fizyczne całki oznaczonej. Całka Riemanna-Stieltjesa, kryteria całkowalności. | 8                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

**N3** E-learning

**N4** Konsultacje

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 105                                                     |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 30                                                      |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 15                                                      |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 100                                                     |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 0                                                       |
| e-learning                                                                                       | 50                                                      |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>300</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 10.00                                                   |

## 9 SPOSOBY OCENY

Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej (F2) nie jest warunkiem koniecznym uzyskania zaliczenia ćwiczeń (ocena P3), ale może podwyższyć ocenę wynikającą z liczby punktów otrzymanych na

przeprowadzonych kartkówkach i kolokwiach. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest osiągnięcie wszystkich przedmiotowych efektów uczenia się w stopniu co najmniej minimalnym. Ocena końcowa z przedmiotu jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2 i P3, gdzie P1 ocena z części testowej egzaminu pisemnego, P2 ocena z części zadaniowej egzaminu pisemnego, P3 ocena z ćwiczeń, czyli średnia ważona ocen F1 (kolokwia i/lub kartkówki) i F2 (testy i/lub zadania na e-kursie), pod warunkiem, że oceny P1 i P2 są pozytywne. W każdym z powyższych przypadków ocena pozytywna oznacza zdobycie co najmniej 50

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Kolokwia i kartkówki

**F2** Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Egzamin ustny

**P2** Egzamin pisemny

**P3** Zaliczenie ćwiczeń (F1&F2)

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Ocena P3 jest oceną z ćwiczeń. Do egzaminu w pierwszym terminie mogą przystąpić wyłącznie studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń, tzn. uzyskali na przeprowadzonych kolokwiach i kartkówkach więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

**W2** Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej. Wymagane jest zaliczenie obu części egzaminu.

**W3** Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, P3.

### KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia z przedstawionej na wykładach wiedzy (na podstawie odpowiedzi na trzy wylosowane zagadnienia z podanej listy).                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na przynajmniej jedno z wylosowanych trzech zagadnień.                                                                       |
| NA OCENĘ 4.0        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na dwa z wylosowanych trzech zagadnień.                                                                                      |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane zagadnienia.                                                                                         |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student rozumiejąc zależności między poznanymi pojęciami, definicjami i twierdzeniami potrafi odpowiedzieć na dodatkowe pytania związane z wylosowanymi zagadnieniami. |

| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                        |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                            |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                               |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                               |
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                               |
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                               |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                        |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.    |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.    |
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.    |
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.    |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                        |
| NA OCENĘ 3.0        | Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na wykłady i ćwiczenia.                                                                                                                                            |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.0 | Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach.                                                                                                                                         |
| NA OCENĘ 5.0 | Student wykazuje umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej oraz z literatury dodatkowej. |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE    | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------|-----------------------|---------------|
| EK1               | K_W07, K_W08                                                                   | Cel 1           | W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 | N1 N2 N4              | P1            |
| EK2               | K_U02, K_U03, K_U04                                                            | Cel 1           | C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 | N1 N2 N4              | P2            |
| EK3               | K_U02, K_U03, K_U04                                                            | Cel 1           | C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 P3      |
| EK4               | K_K01, K_K02, K_K06                                                            | Cel 1           | C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 | N2 N4                 | F2 P3         |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | M. Gewert, Z. Skoczylas — *Wstęp do analizy i algebry*, Wrocław, 2009, GIS
- [2] | M. Gewert, Z. Skoczylas — *Analiza matematyczna 1,2,,* Wrocław, 2009, GIS
- [3] | T. Winiarska, T. Winiarski — *Wykłady z analizy matematycznej, część I,* Kraków, 2010, Wyd. PK
- [4] | J. Banaś, S. Wędrychowicz — *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, Warszawa, 2006, WNT
- [5] | W. Kaczor, M. Nowak — *Zadania z analizy matematycznej, t.1, t.2*, Warszawa, 2005, PWN
- [6] | W. Krywicki, L. Włodarski — *Analiza matematyczna w zadaniach*, Warszawa, 2002, PWN

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | R. Rudnicki — *Wykłady z analizy matematycznej*, Warszawa, 2006, PWN

- [2] | B.P. Demidowicz — *Zbiór zadań i ćwiczeń z analizy matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka
- [3] | W. Stankiewicz — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych*, Warszawa, 1998, PWN
- [4] | — <https://openstax.org/Precalculus>, *Calculus (Volume 1,2)*, , 0,

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Mariusz Jużyniec (kontakt: [juzyniec@pk.edu.pl](mailto:juzyniec@pk.edu.pl))

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Mariusz Jużyniec (kontakt: [juzyniec@pk.edu.pl](mailto:juzyniec@pk.edu.pl))

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....