

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2020/2021

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Profil: Praktyczny

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: MS

Stopień studiów: I

Specjalności: Analityka Danych, Matematyka w finansach i ekonomii, Matematyka z Informatyką

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                                       |
|-----------------------------------------|---------------------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Równania różniczkowe i różnicowe      |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Differential and difference equations |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WiT MS pIS C14 20/21                  |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty kierunkowe                 |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 6.00                                  |
| SEMESTRY                                | 4                                     |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 4       | 30     | 30        | 0            | 15                               | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Cel przedmiotu: znajomość metod analitycznych i komputerowych rozwiązywania podstawowych równań i układów równań różniczkowych zwyczajnych oraz równań różnicowych.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Wymagania wstępne: znajomość elementów analizy matematycznej oraz algebry liniowej

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna i rozumie definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane w trakcie realizacji treści programowych (K\_W04).

**EK2 Umiejętności** Student potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi (K\_U01)

**EK3 Umiejętności** Student potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. (K\_U01)

**EK4 Umiejętności** Student potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych (K\_U17).

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                     |                  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                              | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Podstawowe pojęcia i definicje. Przykłady zjawisk prowadzących do równań różniczkowych i różnicowych.                                                                                                                                               | 2                |
| <b>W2</b> | Równania różniczkowe I rzędu całkowalne elementarnie: równania o zmiennych rozdzielonych, równania jednorodne, równania liniowe, równanie Bernoulliego, równanie zupełne, czynnik całkujący.                                                        | 4                |
| <b>W3</b> | Układy normalne równań różniczkowych. Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia Cauchyego. Metoda kolejnych przybliżeń. Twierdzenie o ciągłości i różniczkowości rozwiązania jako funkcji parametrów i danych początkowych. | 4                |
| <b>W4</b> | Układy równań różniczkowych liniowych I rzędu. Podstawowe własności rozwiązań. Układy liniowe niejednorodne. Metoda uzmienniania stałych. Układy liniowe o stałych współczynnikach.                                                                 | 4                |
| <b>W5</b> | Związek równań różniczkowych rzędu $n$ z układami I rzędu. Własności równań liniowych różniczkowych rzędu $n$ . Metody rozwiązywania równania liniowego rzędu $n$ o stałych współczynnikach.                                                        | 4                |
| <b>W6</b> | Elementy teorii stabilności dla układów równań różniczkowych, punkty krytyczne liniowych układów autonomicznych.                                                                                                                                    | 3                |
| <b>W7</b> | Równania różnicowe I rzędu. Równania i układy równań różnicowych liniowych I rzędu.                                                                                                                                                                 | 6                |
| <b>W8</b> | Elementy teorii stabilności punktów równowagi równań i układów równań różnicowych.                                                                                                                                                                  | 3                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                       |                  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Budowa i analiza modeli związanych z równaniami różniczkowymi pierwszego rzędu typów poznanych na wykładzie.          | 10               |
| <b>C2</b> | Badanie istnienia i jednoznaczności rozwiązania. Konstrukcja rozwiązania metodą kolejnych przybliżeń.                 | 2                |
| <b>C3</b> | Budowa i analiza modeli związanych z układami liniowymi równań różniczkowych pierwszego rzędu.                        | 8                |
| <b>C4</b> | Budowa i analiza modeli dyskretnych związanych z równaniami i układami liniowymi równań różnicowych pierwszego rzędu. | 10               |

| LABORATORIUM KOMPUTEROWE |                                                                                                                                  |                  |
|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP                       | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                           | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>K1</b>                | Zapoznanie z obsługą wybranego pakietu algebry komputerowej pod kątem wspomagania teorii równań różniczkowych i różnicowych.     | 4                |
| <b>K2</b>                | Wizualizacja pojęć związanych z równaniami różniczkowymi, m.in. wykresy krzywych całkowych, pola kierunków, rodziny ortogonalne. | 2                |
| <b>K3</b>                | Porównanie różnych metod numerycznego rozwiązywania problemu początkowego.                                                       | 4                |
| <b>K4</b>                | Projekty przygotowane przez studentów - prezentacja i dyskusja.                                                                  | 5                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** wykłady, zadania tablicowe, konsultacje, dyskusja, ćwiczenia laboratoryjne, prezentacje multimedialne

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 75                                                      |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 15                                                      |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 10                                                      |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 50                                                      |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 0                                                       |
| obsługa e-kursu                                                                                  | 30                                                      |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>180</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 6.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

W ciągu semestru przeprowadzane są krótkie kartkówki i dwa kolokwia. Studenci samodzielnie, poza zajęciami opracowują zadania domowe, które następnie są komentowane przez prowadzącego zajęcia. Oceniana jest też aktywność i wypowiedzi ustne podczas zajęć. Udział w konsultacjach uznawany jest za element aktywności. Za wszystkie te elementy studenci mogą otrzymać punkty.

### OCENA FORMUJĄCA

**F2** Kolokwia

**F3** Zadania domowe

**F4** Aktywność

**F5** Projekt

**F6** e-learning

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Egzamin pisemny

**P2** Egzamin ustny

**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU**

**W1** Zaliczenie ćwiczeń - minimum 50% wszystkich punktów uzyskanych na kolokwiach, za aktywność czy udział w dyskusji

**W2** egzamin pisemny i ustny - minimum 50% punktów

**W3** pozytywna ocena z laboratorium komputerowego

**OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA**

**B1** dodatkowe punkty za aktywność, czy udział w dyskusji

**KRYTERIA OCENY**

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                     |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie zna i nie rozumie definicji, twierdzeń i wybranych dowodów poznanych na przedmiocie.                                    |
| NA OCENĘ 3.0        | Student nie w pełni rozumie i z błędami zna definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie.                         |
| NA OCENĘ 3.5        | Student nie w pełni rozumie i z niewielkimi błędami zna definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie.             |
| NA OCENĘ 4.0        | Student nie w pełni rozumie lub z niewielkimi błędami zna definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie.           |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami zna i rozumie definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie.           |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wyczerpująco i bez błędów zna i rozumie definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie.                     |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                     |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi rozwiązywać typowych zadań związanych z równaniami różniczkowymi i różnicowymi.                                 |
| NA OCENĘ 3.0        | Student nie w pełni i z błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi.               |
| NA OCENĘ 3.5        | Student nie w pełni i z niewielkimi błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi.   |
| NA OCENĘ 4.0        | Student nie w pełni lub z niewielkimi błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi. |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi.   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wyczerpująco i bez błędów potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi.             |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                     |

|                     |                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi stosować poznanej teorii w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp.                                  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student nie w pełni i z błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp.               |
| NA OCENĘ 3.5        | Student nie w pełni i z niewielkimi błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp.   |
| NA OCENĘ 4.0        | Student nie w pełni lub z niewielkimi błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp.   |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wyczerpująco i bez błędów potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp.             |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                       |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych.                                                                                                            |
| NA OCENĘ 3.0        | Student nie w pełni i z błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych.                                                                                        |
| NA OCENĘ 3.5        | Student nie w pełni i z niewielkimi błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych.                                                                            |
| NA OCENĘ 4.0        | Student nie w pełni lub z niewielkimi błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych.                                                                          |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych.                                                                            |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wyczerpująco i bez błędów potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych.                                                                                      |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE          | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY  |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------|-----------------------|----------------|
| EK1               | K_W04                                                                          | Cel 1           | W1 W2 W3 W4<br>W5 W6 W7 W8 | N1                    | F5 F6 P2       |
| EK2               | K_U01                                                                          | Cel 1           | C1 C2 C3 C4                | N1                    | F2 F3 F4 F6 P1 |
| EK3               | K_U01                                                                          | Cel 1           | C1 C2 C3 C4                | N1                    | F2 F3 F4 F6 P1 |
| EK4               | K_U17                                                                          | Cel 1           | K1 K2 K3 K4                | N1                    | F3 F4 F5 F6    |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **W. I. Arnold** — *Równania różniczkowe zwyczajne*, Warszawa, 1975, PWN
- [2 ] **J. Ombach** — *Wykłady z równań różniczkowych wspomagane komputerowo - Maple*, Kraków, 1999, UJ
- [3 ] **A. Palczewski** — *Równania różniczkowe zwyczajne, teoria i metody numeryczne z wykorzystaniem komputerowego sytemu obliczeń symbolicznych*, Warszawa, 2004, WNT
- [4 ] **S. Elaydi** — *An introduction to difference equations*, New York, 2005,

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Sylwia Dudek (kontakt: [sylwia.dudek@pk.edu.pl](mailto:sylwia.dudek@pk.edu.pl))

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)