

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2021/2022

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                           |
|-----------------------------------------|---------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Analiza matematyczna III  |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Mathematical analysis III |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WiT M oIS C8 21/22        |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty kierunkowe     |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 5.00                      |
| SEMESTRY                                | 4                         |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 4       | 30     | 30        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zapoznanie studentów z elementami teorii szeregów Fouriera.

**Cel 2** Zapoznanie studentów z pojęciami całki krzywoliniowej skierowanej i nieskierowanej, całki powierzchniowej zorientowanej i niezorientowanej.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie Analizy Matematycznej II

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna fakty analizy fourierowskiej, podstawowe twierdzenia i metody rachunku całkowego na hiperpowierzchniach i potrafi je udowodnić.

**EK2 Umiejętności** Student potrafi spojrzeć kompleksowo na zdobytą w efekcie kształcenia z zakresu wiedzy teorię, umie stosować poznane twierdzenia rozwiązując zadania przekrojowe.

**EK3 Umiejętności** Student potrafi rozwiązywać zadania cząstkowe dotyczące własności obiektów poznanych podczas zdobywania wiedzy opisanej w EK1.

**EK4 Kompetencje społeczne** Student regularnie i aktywnie uczestniczy w zajęciach. Student rozpoznaje braki w swojej wiedzy i próbuje je uzupełniać pracując z materiałami dodatkowymi umieszczonymi na platformie e-learningowej oraz korzystając z literatury.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD     |                                                                            |                  |
|------------|----------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP         | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                     | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b>  | Iloczyn skalarny, przestrzenie unitarne, przestrzenie Hilberta.            | 2                |
| <b>W2</b>  | Szeregi Fouriera w przestrzeniach unitarnych.                              | 2                |
| <b>W3</b>  | Nierówność Bessela, tożsamość Parsevala, trygonometryczny szereg Fouriera. | 4                |
| <b>W4</b>  | Immersja, submersja, n-wymiarowa podrozmierność $R_m$ .                    | 2                |
| <b>W5</b>  | Przestrzeń styczna.                                                        | 2                |
| <b>W6</b>  | Całka krzywoliniowa nieorientowana i jej zastosowania.                     | 4                |
| <b>W7</b>  | Pole płata powierzchniowego.                                               | 4                |
| <b>W8</b>  | Całka powierzchniowa nieorientowana i jej zastosowania                     | 2                |
| <b>W9</b>  | Całka krzywoliniowa zorientowana.                                          | 4                |
| <b>W10</b> | Całka powierzchniowa zorientowana.                                         | 4                |

| ĆWICZENIA |                                                                   |                  |
|-----------|-------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH            | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Iloczyn skalarny, przestrzeń unitarna jako przestrzeń unormowana. | 2                |

| ĆWICZENIA  |                                                                                                                                                                                                                                               |                  |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP         | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                        | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C2</b>  | Znane przestrzenie funkcyjne jako przestrzenie unitarne, przypomnienie metod ortogonalizacji, badanie zupełności układów, sprawdzanie ortogonalności wektorów przestrzeni funkcyjnych.                                                        | 2                |
| <b>C3</b>  | Wyznaczanie współczynników Fouriera, rozwijanie funkcji w trygonometryczne szeregi Fouriera, sprawdzanie warunków Dirichleta, zastosowanie poznanej teorii do wyznaczania sum szeregów.                                                       | 4                |
| <b>C4</b>  | Przypomnienie pojęć: rząd macierzy, iniekcja, surjekcja, nawiązanie do układów równań liniowych, immersja, submersja, interpretacja i zastosowanie twierdzenia o immersji, badanie czy dany zbiór jest $n$ -wymiarową podrozmaitością $R_m$ . | 4                |
| <b>C5</b>  | Wyznaczanie przestrzeni stycznej do krzywej w $R_m$ , do płata powierzchniowego w $R_2$ .                                                                                                                                                     | 2                |
| <b>C6</b>  | Obliczanie całki krzywoliniowej nieorientowanej i jej zastosowanie, wykorzystanie niezależności od wyboru parametryzacji, zastosowanie interpretacji.                                                                                         | 4                |
| <b>C7</b>  | Obliczanie pola płata powierzchniowego.                                                                                                                                                                                                       | 2                |
| <b>C8</b>  | Obliczanie całki powierzchniowej nieorientowanej i jej zastosowanie.                                                                                                                                                                          | 2                |
| <b>C9</b>  | Orientowanie podrozmaitości, wyznaczanie pola wektorów normalnych do dwuwymiarowej podrozmaitości przestrzeni $R_3$                                                                                                                           | 2                |
| <b>C10</b> | Obliczanie całki krzywoliniowej zorientowanej i powierzchniowej zorientowanej.                                                                                                                                                                | 6                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams, na żywo.

**N2** Konsultacje. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams, na żywo.

**N3** Zadania tablicowe. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams, na żywo.

**N4** E-learning (platforma Moodle)

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 60                                                      |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 20                                                      |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 10                                                      |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 40                                                      |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 0                                                       |
| Zapoznanie się z materiałami na platformie e-learningowej (Moodle i MF Teams)                    | 20                                                      |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>150</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 5.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej nie jest warunkiem koniecznym uzyskania zaliczenia ćwiczeń (ocena P3), ale może podwyższyć ocenę wynikającą z liczby punktów otrzymanych na przeprowadzonych kartkówkach i kolokwiah. W sytuacji zdalnego nauczania wszystkie sprawdziany prowadzone są za pośrednictwem platformy Moodle i MF Teams

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Kolokwia i kartkówki. W sytuacji zdalnego nauczania wszystkie sprawdziany prowadzone są za pośrednictwem platformy Moodle i MF Teams

**F2** Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Egzamin ustny

**P2** Egzamin pisemny

**P3** Zaliczenie ćwiczeń (F1, F2)

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Ocena P3 jest oceną z ćwiczeń. Do egzaminu w pierwszym terminie mogą przystąpić wyłącznie studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń, tzn. uzyskali na przeprowadzonych kolokwiah i kartkówkach więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

**W2** Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej. Wymagane jest zaliczenie obu części egzaminu.

**W3** Ocena końcowa jest średnią ważoną ocen P1, P2, P3.

## KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia z przedstawionej na wykładach teorii (na podstawie odpowiedzi na trzy wylosowane zagadnienia z podanej listy).                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na przynajmniej jedno z wylosowanych trzech zagadnień.                                                                       |
| NA OCENĘ 4.0        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na dwa z wylosowanych trzech zagadnień.                                                                                      |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane zagadnienia.                                                                                         |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student rozumiejąc zależności między poznanymi pojęciami, definicjami i twierdzeniami potrafi odpowiedzieć na dodatkowe pytania związane z wylosowanymi zagadnieniami. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                                                      |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                                                         |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                                                         |
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                                                         |
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                                                         |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                                                           |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 3.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                         |
| NA OCENĘ 3.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                            |
| NA OCENĘ 4.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                            |
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                            |
| NA OCENĘ 5.0        | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.                            |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 3.0        | Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na wykłady i ćwiczenia.                                                                                                                                                                    |
| NA OCENĘ 3.5        | Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na wykłady i ćwiczenia i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej.                                                                                        |
| NA OCENĘ 4.0        | Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach.                                                                                                                                         |
| NA OCENĘ 4.5        | Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej.                                                             |
| NA OCENĘ 5.0        | Student wykazuje umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej oraz z literatury dodatkowej. |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE                    | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------------------------------|-----------------------|---------------|
| EK1               | K_W01 K_W02<br>K_W04 K_W05<br>K_W07                                            | Cel 1 Cel 2     | W1 W2 W3 W4<br>W5 W6 W7 W8<br>W9 W10 | N1 N2 N4              | P1            |
| EK2               | K_U01 K_U02<br>K_U10 K_U12a<br>K_U12b K_U13<br>K_U14                           | Cel 1 Cel 2     | C1 C2 C3 C4 C5<br>C6 C7 C8 C9<br>C10 | N1 N2 N3 N4           | P2            |
| EK3               | K_U01 K_U02<br>K_U10 K_U12a<br>K_U12b K_U13<br>K_U14                           | Cel 1 Cel 2     | C1 C2 C3 C4 C5<br>C6 C7 C8 C9<br>C10 | N1 N2 N3 N4           | F1 F2 P3      |
| EK4               | K_K01 K_K02<br>K_K05 K_K06<br>K_K07                                            | Cel 1 Cel 2     | C1 C2 C3 C4 C5<br>C6 C7 C8 C9<br>C10 | N3 N4                 | F2 P3         |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | W. Kołodziej — *Analiza Matematyczna*, Warszawa, 1983, PWN
- [2] | W. Rudin — *Podstawy Analizy Matematycznej*, Warszawa, 1969, PWN
- [3] | W. Stankiewicz — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni Technicznych*, Warszawa, 1983, PWN
- [4] | B. Demidowicz — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka
- [5] | J. Banaś, S. Wędrychowicz — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2001, WNT
- [6] | M. Spivak — *Analiza na rozmaitościach*, Warszawa, 2006, PWN

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | L. M. Drużkowski — *Analiza Matematyczna. Podstawy*, Kraków, 1998, Wyd. UJ
- [2] | W. Kaczor, M. Nowak — *Zadania z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2005, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr hab. Ihor Mykytyuk (kontakt: [imykytyuk@pk.edu.pl](mailto:imykytyuk@pk.edu.pl))

**OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT**

**1** dr hab. Ihor Mykytyuk (kontakt: [imykytyuk@pk.edu.pl](mailto:imykytyuk@pk.edu.pl))

**2** dr Beata Szemberg (kontakt: [szemberg@pk.edu.pl](mailto:szemberg@pk.edu.pl))

**3** dr Magdalena Grzech (kontakt: [magdag@pk.edu.pl](mailto:magdag@pk.edu.pl))

**4** dr Mariusz Jużyniec (kontakt: [juzyniec@pk.edu.pl](mailto:juzyniec@pk.edu.pl))

**13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI**

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....  
.....  
.....