

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2021/2022

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Profil: Praktyczny

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: MS

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Rachunek prawdopodobieństwa
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Probability
KOD PRZEDMIOTU	WiT MS pIS C12 21/22
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	10.00
SEMESTRY	3

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
3	45	60	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z podstawowymi zagadnieniami z rachunku prawdopodobieństwa. W szczególności studenci powinni opanować umiejętność budowania modeli probabilistycznych i posługiwania się nimi.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Analiza matematyczna 1, 2

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Umiejętności** Student potrafi posługiwać się pojęciem przestrzeni probabilistycznej, zbudować i przeanalizować model matematyczny eksperymentu losowego, potrafi omówić eksperymenty losowe oraz modele matematyczne oparte na różnych rozkładach prawdopodobieństwa

**EK2 Umiejętności** Student potrafi stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa

**EK3 Umiejętności** Student potrafi szacować prawdopodobieństwa używając prawa wielkich liczb; potrafi stosować centralne twierdzenie graniczne

**EK4 Wiedza** Student zna i rozumie podstawowe dyskretne i ciągle rozkłady prawdopodobieństwa oraz ich zastosowania praktyczne

**EK5 Kompetencje społeczne** Student dostrzega ograniczenia własnej wiedzy, rozumie potrzebę dalszego kształcenia oraz potrzebę dzielenia się wiedzą

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Przestrzeń probabilistyczna. Definicja aksjomatyczna, podstawowe własności prawdopodobieństwa, Schemat Bernoullego, lemat Borela-Cantellego	4
W2	Prawdopodobieństwo warunkowe, niezależność zdarzeń. Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, zdarzenia niezależne.	4
W3	Rozkłady i zmienne losowe. Rozkłady dyskretne, ciągłe, zmienne losowe i ich rozkłady, wektory losowe i rozkłady wielowymiarowe, dystrybuanta i jej własności, związek dystrybuanty z rozkładem, niezależność wektorów losowych, funkcje wektorów losowych.	6
W4	Charakterystyki liczbowe zmiennych losowych. Wartość oczekiwana - przypadek dyskretny i ciągły, wariancja, odchylenie standardowe, momenty zwykłe i centralne, skośność, eksces, mediana, moda, kowariancja, macierz kowariancji, współczynnik korelacji, zmienne nieskorelowane, regresja, nierówności Czebyszewa.	6
W5	Przegląd rozkładów. Rozkład: jednopunktowy, dwupunktowy, dwumianowy, geometryczny, wielomianowy, Pascala, hipergeometryczny, Poissona, prawo małych liczb Poissona, rozkład: jednostajny, wykładniczy, normalny, n-wymiarowy rozkład normalny, rozkład gamma, chi-kwadrat, Studenta, Cauchyego	6
W6	Prawa wielkich liczb.	3
W7	Funkcje charakterystyczne. Definicja, własności, tw. o jednoznaczności, tw. o wyznaczaniu momentów, funkcje charakterystyczne poznanych rozkładów	4

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W8</b>	Centralne twierdzenia graniczne.	6
<b>W9</b>	Warunkowa wartość oczekiwana.	6

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C1</b>	Własności prawdopodobieństwa, obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń losowych z użyciem metod kombinatorycznych, schemat Bernoullego, obliczanie prawdopodobieństwa geometrycznego.	10
<b>C2</b>	Obliczanie prawdopodobieństwa warunkowego, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, badanie niezależności zdarzeń	6
<b>C3</b>	Przykłady zmiennych losowych i ich rozkładów, gęstość prawdopodobieństwa, wyznaczanie dystrybuanty.	6
<b>C4</b>	Obliczanie wartości oczekiwanej, wariancji, odchylenia standardowego i innych parametrów zmiennych losowych	4
<b>C5</b>	Funkcje zmiennych losowych, wyznaczanie rozkładów	6
<b>C6</b>	Wektory losowe, n-wymiarowy rozkład normalny, wyznaczanie rozkładów brzegowych, badanie niezależności zmiennych losowych, funkcje wektorów losowych, wyznaczanie splotów.	10
<b>C7</b>	Obliczanie funkcji charakterystycznych zmiennych losowych, wyznaczanie rozkładu, gdy zadana jest funkcja charakterystyczna.	6
<b>C8</b>	Zastosowania twierdzeń: Poissona, Moivre'a-Laplace'a, Lindeberga-Levy'ego	6
<b>C9</b>	Wyznaczanie warunkowej wartości oczekiwanej, badanie jej własności.	6

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady (w sytuacji zdalnego nauczania wykłady prowadzone są za pośrednictwem MS Teams)

**N2** Ćwiczenia (w sytuacji zdalnego nauczania ćwiczenia prowadzone są za pośrednictwem MS Teams)

**N3** Konsultacje

**N4** E-learning (kurs na platformie Delta)

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	105
Konsultacje przedmiotowe	35
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	105
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
Zapoznanie się z materiałami na platformie e-learningowej	45
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>300</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	10.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Kolokwium (w sytuacji zdalnego nauczania za pośrednictwem platformy e-learningowej oraz MS Teams)

**F2** Test z teorii (platforma e-learningowa Delta)

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Egzamin pisemny

**P2** Egzamin ustny

**P3** Zaliczenie ćwiczeń

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Przewidziane są dwa/trzy kolokwia w trakcie semestru. Za aktywność na ćwiczeniach można uzyskać dodatkowe punkty. Studenci, którzy za kolokwia i aktywność uzyskują sumę punktów mniejszą od połowy sumy punktów za wszystkie kolokwia, przed przystąpieniem do egzaminu, zobowiązani są napisać kolokwium poprawkowe. Studenci, którzy za wszystkie kolokwia uzyskują co najmniej 90% sumy punktów za wszystkie kolokwia są zwolnieni z egzaminu pisemnego

**W2** Przewidziane są trzy testy z teorii. Wymagane jest zaliczenie każdego, w przeciwnym wypadku wymagane jest przystąpienie do poprawy testu

**W3** Końcowa ocena z przedmiotu jest średnią ważoną ocen P1, P2 i P3

**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi konstruować przestrzeń probabilistyczną i obliczać prawdopodobieństwa, umie korzystać z narzędzi kombinatorycznych. Umie posługiwać się zmiennymi losowymi.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi konstruować przestrzeń probabilistyczną i obliczać prawdopodobieństwa dla doświadczeń losowych, umie korzystać z narzędzi kombinatorycznych.
NA OCENĘ 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować skończony schemat Bernoullego i dowodzić wzory kombinatoryczne.
NA OCENĘ 4.5	Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie stosować prawdopodobieństwo geometryczne i nieskończony schemat Bernoullego.
NA OCENĘ 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student umie stosować wzór włącz-wyłącz, jest świadomy i umie objaśniać błędne rozumowania i paradoksy.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
NA OCENĘ 3.0	Student umie stosować prawdopodobieństwo warunkowe i wzór na prawdopodobieństwo całkowite, zbadać niezależność zdarzeń.
NA OCENĘ 3.5	Jak na ocenę 3. Dodatkowo: Student umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite, zbadać niezależność zdarzeń.
NA OCENĘ 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować wzór Bayesa, dowodzić własności zdarzeń niezależnych, podawać przykłady zdarzeń niezależnych, parami niezależnych i zależnych.
NA OCENĘ 4.5	Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite wzór Bayesa dla doświadczeń wieloetapowych
NA OCENĘ 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student jest świadomy i umie objaśniać błędne rozumowania i paradoksy związane z prawdopodobieństwem warunkowymi całkowitym.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
NA OCENĘ 3.0	Student umie stosować centralne twierdzenia graniczne oraz prawa wielkich liczb w najbardziej typowych sytuacjach
NA OCENĘ 3.5	Student umie stosować centralne twierdzenia graniczne oraz prawa wielkich liczb w najbardziej typowych sytuacjach oraz w zagadnieniach odwrotnych
NA OCENĘ 4.0	Student umie stosować centralne twierdzenia graniczne oraz prawa wielkich liczb w bardziej złożonych zagadnieniach

NA OCENĘ 4.5	Jak na ocenę 4.0, dodatkowo student zwraca uwagę na optymalny dobórtwierdzenia do oszacowania prawdopodobieństwa
NA OCENĘ 5.0	Jak na ocenę 4.5, dodatkowo student umie interpretować otrzymane wyniki
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
NA OCENĘ 3.0	Student umie posługiwać się zmiennymi losowymi o rozkładzie dyskretnym. Umie wyznaczać ich parametry i konstruować dystrybuantę.
NA OCENĘ 3.5	Student umie posługiwać się zmiennymi losowymi o rozkładzie dyskretnymi absolutnie ciągłym. Umie wyznaczać ich parametry i konstruować dystrybuantę.
NA OCENĘ 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować odpowiednio dobrane zmienne losowe przy rozwiązywaniu praktycznych problemów.
NA OCENĘ 4.5	Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie odzyskać rozkład, gdy zadana jest dystrybuanta.
NA OCENĘ 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student potrafi wyprowadzać wzory na parametry podstawowych rozkładów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
NA OCENĘ 3.0	Student rozwiązuje zadania domowe, korzysta z materiałów dostępnych na platformie e-learningowej
NA OCENĘ 3.5	Jak na ocenę 3.0. Ponadto, na zajęciach lub podczas konsultacji, zadaje pytania o charakterze merytorycznym
NA OCENĘ 4.0	Jak na ocenę 3.5, dodatkowo chętnie prezentuje rozwiązania zadań i problemowa w ćwiczeniach
NA OCENĘ 4.5	Jak na ocenę 4.0, dodatkowo poszukuje odpowiedzi na pytania w literaturze przedmiotu
NA OCENĘ 5.0	Jak na ocenę 4.5. Ponadto, potrafi prowadzić nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_U10	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 C1 C3 C4 C5 C6	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK2	K_U11	Cel 1	W2 C2	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK3	K_U12	Cel 1	W6 W8 C8	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK4	K_W15	Cel 1	W4 W5 W6 W7 W8 W9 C4 C5 C6 C7 C8 C9	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK5	K_K01 K_K02	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | J. Jakubowski, R. Sztencel — , *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Warszawa, 2001, Script  
 [2] | M. Wiciak — *Elementy probabilistyki w zadaniach*, Kraków, 2008, Wydawnictwo PK

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | P. Billingsley — *Prawdopodobieństwo i miara*, Warszawa, 1987, PWN  
 [2] | W. Feller — *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, tom I, II*, Warszawa, 1977, PWN  
 [3] | J. Stojanow — *Zbiór zadań z rachunku prawdopodobieństwa*, Warszawa, 1982, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Margareta Wiciak (kontakt: mwiciak@pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 dr Margareta Wiciak (kontakt: mwiciak@pk.edu.pl)
- 2 dr Krzysztof Wesołowski (kontakt: kwesolowski@pk.edu.pl)
- 3 dr Jan Pudełko (kontakt: jpudelko@pk.edu.pl)
- 4 mgr Ewelina Mulawa (kontakt: ewelina.mulawa@pk.edu.pl)



## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....  
.....  
.....  
.....