

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2021/2022

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Profil: Praktyczny

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: MS

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Geometria
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Geometry
KOD PRZEDMIOTU	WiIT MS pIS D10 21/22
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty specjalnościowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	5

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
5	30	30	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Cel przedmiotu 1 zapoznać studenta z geometrią powierzchni w przestrzeni euklidesowej

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Wymaganie 1 kursu analizy i algebry liniowej

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Umiejętności** Efekt kształcenia 1 EK1. Umiejętności: Student potrafi obliczać krzywiznę i torsję krzywej gładkiej. (K\_U01, K\_U08)

**EK2 Wiedza** Efekt kształcenia 2 EK2. Wiedza: Trójwymiarowa przestrzeń euklidesowa z nawiasem Liego danym przez iloczyn wektorowy jest algebra Liego. Krzywa gładka jest wyznaczona z dokładnością do izometrii przez jej krzywiznę i torsję. (K\_W02, K\_W11),

**EK3 Umiejętności** Efekt kształcenia 3 EK3. Umiejętności: Wyznaczanie pola normalnego do powierzchni i operatora kształtu, różniczkowanie pól wektorowych, koneksja na powierzchni, tensor krzywizny (K\_U01, K\_W11, K\_U08)

**EK4 Wiedza** Efekt kształcenia 4 EK4. Wiedza: Wyznaczanie przestrzeni stycznej do rozmaitości, obliczanie nawiasu Poissona pól wektorowych, wyznaczenie współczynników Christoffela i koneksji na powierzchni (K\_W01)

**EK5 Kompetencje społeczne** Umiejętność współpracy w grupie.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C1</b>	Treści programowe 1 Rozwiązywanie zadań z algebry liniowej, iloczynu skalarnego i wektorowego,	10
<b>C2</b>	Treści programowe 2 Obliczanie wektora stycznego do krzywej, trójścianu Freneta krzywej, krzywizny i torsji krzywej	10
<b>C3</b>	Treści programowe 3 Obliczanie przestrzeni stycznej do powierzchni, znajdowanie wektora normalnego do powierzchni, wyznaczenie tensora kształtu, wyznaczenie krzywizny Gaussa i krzywizny średniej.	10

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Treści programowe 1 Elementy algebry liniowej, objętość równoległoscianu, orientacja przestrzeni wektorowej, iloczyn skalarny, iloczyn wektorowy w zorientowanej przestrzeni z iloczynem skalarnym, algebra Liego, trójwymiarowa przestrzeń wektorowa z iloczynem skalarnym jako algebra Liego, przestrzeń afiniczna	10

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W2	Treści programowe 2 Regularna krzywa gładka, torsja i krzywizna krzywej, twierdzenie o jednoznaczności z dokładnością do ruchu sztywnego krzywej z zadana krzywizna i torsja, wzory na krzywiznę i torsję krzywej, twierdzenie charakteryzujące krzywe płaskie, wektor Darboux, linia śrubowa.	10
W3	Treści programowe 3 Powierzchnie gładkie w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej, powierzchnia dana równaniem uwikłanym, przestrzeń styczna do powierzchni w punkcie, pole wektorowe na powierzchni, różniczkowanie pól wektorowych, koneksja na powierzchni, operator kształtu, nawias Poissona pól wektorowych, tensor krzywizny, Theorema Egregium Gaussa, krzywizna Gaussa, geodetyki na powierzchni, geodetyka jako krzywa o minimalnej długości.	10

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 wykład + ćwiczenia tablicowe

N2 platformy Teams i Elf

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	20
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	50
Opracowanie wyników	10
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>150</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Ocena 1 Ocena za zadania domowe i aktywność

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Ocena 1 dwa kolokwia w ciągu semestru Kryteria oceny: Średnia ocena z dwóch kolokwiów.

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Ocena 1 Zaliczenie kolokwiów

### OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

B1 Ocena 1 Zaliczenie kolokwiów

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi obliczać krzywizny i torsji krzywej gładkiej.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi obliczać krzywiznę i torsję krzywej gładkiej. Robi błędy w rachunkach.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi obliczać krzywiznę i torsję krzywej gładkiej. Robi małe błędy w rachunkach.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi obliczać krzywiznę i torsję krzywej gładkiej. Robi drobne błędy w rachunkach.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi obliczać krzywiznę i torsję krzywej gładkiej. Robi bardzo drobne błędy w rachunkach.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi obliczać krzywiznę i torsję krzywej gładkiej. Robi to bezbłędnie
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Nie spełnia wymagań na 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student orientuje się w pojęciach algebry Liego i sztywności krzywej gładkiej. Nie potrafi poprawnie sformułować twierdzeń.
NA OCENĘ 3.5	Student orientuje się w pojęciach algebry Liego i sztywności krzywej gładkiej. Potrafi w miarę poprawnie sformułować twierdzenia.
NA OCENĘ 4.0	Student orientuje się w pojęciach algebry Liego i sztywności krzywej gładkiej. Potrafi dość poprawnie sformułować twierdzenia.
NA OCENĘ 4.5	Student orientuje się w pojęciach algebry Liego i sztywności krzywej gładkiej. Potrafi dobrze sformułować twierdzenia.
NA OCENĘ 5.0	Student orientuje się w pojęciach algebry Liego i sztywności krzywej gładkiej. Potrafi bezbłędnie sformułować twierdzenia.

EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Nie spełnia wymagań na 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student wyznacza pole normalne do powierzchni i operator kształtu, potrafi różniczkować pola wektorowe, oblicza koneksję na powierzchni i tensor krzywizny . Robi przy tym błędy.
NA OCENĘ 3.5	Student w miarę poprawnie wyznacza pole normalne do powierzchni i operator kształtu, potrafi różniczkować pola wektorowe, oblicza koneksję na powierzchni i tensor krzywizny .
NA OCENĘ 4.0	Student dobrze wyznacza pole normalne do powierzchni i operator kształtu, potrafi różniczkować pola wektorowe, oblicza koneksję na powierzchni i tensor krzywizny
NA OCENĘ 4.5	Student dobrze wyznacza pole normalne do powierzchni i operator kształtu, potrafi różniczkować pola wektorowe, oblicza koneksję na powierzchni i tensor krzywizny, robi bardzo niewielkie błędy.
NA OCENĘ 5.0	Student bezbłędnie wyznacza pole normalne do powierzchni i operator kształtu, potrafi różniczkować pola wektorowe, oblicza koneksję na powierzchni i tensor krzywizny
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Nie spełnia wymagań na 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student wyznacza przestrzeń styczną do rozmaitości, oblicza nawias Liego pól wektorowych, wyznacza współczynniki Christophela i koneksji na powierzchni. Robi błędy w obliczeniach.
NA OCENĘ 3.5	Student wyznacza przestrzeń styczną do rozmaitości, oblicza nawias Liego pól wektorowych, wyznacza współczynniki Christophela i koneksji na powierzchni. Robi pewne błędy w obliczeniach.
NA OCENĘ 4.0	Student wyznacza przestrzeń styczną do rozmaitości, oblicza nawias Liego pól wektorowych, wyznacza współczynniki Christophela i koneksji na powierzchni. Robi małe błędy w obliczeniach.
NA OCENĘ 4.5	Student wyznacza przestrzeń styczną do rozmaitości, oblicza nawias Liego pól wektorowych, wyznacza współczynniki Christophela i koneksji na powierzchni. Robi drobne błędy w obliczeniach.
NA OCENĘ 5.0	Student bezbłędnie wyznacza przestrzeń styczną do rozmaitości, oblicza nawias Liego pól wektorowych, wyznacza współczynniki Christophela i koneksji na powierzchni.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Nie spełnia wymagań na 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student spełnia swoje obowiązki ale z trudem współpracuje w grupie.
NA OCENĘ 3.5	Student spełnia swoje obowiązki stara się współpracować w grupie.

NA OCENĘ 4.0	Student spełnia swoje obowiązki dobrze współpracuje w grupie.
NA OCENĘ 4.5	Student spełnia swoje obowiązki bardzo dobrze współpracuje w grupie.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia swoje obowiązki i organizuje pracę grupy.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W08	Cel 1	W1	N1	F1
EK2	K_W09	Cel 1	W2	N1	F1
EK3	K_W11	Cel 1	W2 W3	N1	F1
EK4	K_W11	Cel 1	W2 W3	N1	F1
EK5	K_K05 K_K06 K_K07	Cel 1	C1 C2 C3 W1 W2 W3	N1 N2	F1 P1

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **John Oprea** — *Geometria różniczkowa i jej zastosowania*, Warszawa, 2002, PWN  
 [2 ] **M. Postnikov** — *Lectures in geometry*, Moskwa, 1989, MIR

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] **John A, Thorpe** — *Elementary topics in Differential Geometry*, New York, 1989, Springer-Verlag

### LITERATURA DODATKOWA

- [1 ] **Jacek Gancarzewicz** — *Algebra liniowa i jej zastosowania*, Krakw, 2004, Wydawnictwo UJ

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr hab. prof.PK Włodzimierz Jelonek (kontakt: [wjelon@pk.edu.pl](mailto:wjelon@pk.edu.pl))

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)