

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2021/2022

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Profil: Praktyczny

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: MS

Stopień studiów: I

Specjalności: Analityka Danych, Matematyka w finansach i ekonomii, Matematyka z Informatyką

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

| | |
|---|----------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU | Teoria węzłów |
| NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM | Knot theory |
| KOD PRZEDMIOTU | WiT MS pIS D21 21/22 |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU | Przedmioty specjalnościowe |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS | 3.00 |
| SEMESTRY | 6 |

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM KOMPUTERO- WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 6 | 30 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0 |

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie z metodami matematyki stosowanej w tym ukazanie studentów, jak topologia, abstrakcyjna nauka o położeniu i kształcie, może posiadać zarazem całkowicie praktyczne zastosowanie w biologii.

Cel 2 Ukazanie elementów teorii węzłów i jej zastosowań w badaniach biologii molekularnej, w tym badaniu struktury zwinięcia i skręcenia DNA.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenia pierwszego roku studiów.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna budowę topologicznych teorii matematycznych mających praktyczne zastosowania w fizyce i biotechnologii.

EK2 Wiedza Student zna twierdzenia dotyczące wykorzystania analizy matematycznej i geometrii w teorii węzłów i jej zastosowaniach praktyczne.

EK3 Umiejętności Student umie algorytmicznie sprawdzać topologiczną równoważność obiektów. Potrafi wskazać praktyczne zastosowania odpowiednich algorytmów.

EK4 Kompetencje społeczne Student uznaje potrzebę matematyki w badaniach biologicznych w tym ma świadomość istnienia wspólnego przedmiotu badań w obrębie topologii i biotechnologii molekularnej. Student korzysta z wiedzy ekspertów w przypadku trudności z samodzielnym rozwiązaniem problemu.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

| ĆWICZENIA | | |
|-----------|--|------------------|
| LP | TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA GODZIN |
| C1 | Praca projektowa, kwerenda na temat teorii węzłów, czym jest, i jakie jej potencjalne zastosowania można odszukać w zasobach internetowych. Także historyczne i estetyczne znaczenie węzłów. | 4 |
| C2 | Zadania graficzne, mające na celu przybliżyć podstawowe pojęcia takie jak: definicja węzła kawałkami liniowego, definicja węzła jako homeomorficzny obraz okręgu. Przykłady rzutu i diagramu węzła, rzutu regularnego. Praktyczna umiejętność odróżniania rzutu regularnego od nieregularnego. Zadania logiczne na temat rozróżniania węzłów, przykłady, metody. | 5 |
| C3 | Elementarne deformacje węzła, równoważność węzłów, węzły trywialne. Ruchy Reidemeistera. Szukanie ciągu ruchów, które przekształcają na siebie odpowiednie węzły. Twierdzenie o równoważności węzłów i ich praktyczne wykorzystanie. | 2 |
| C4 | Techniki kombinatoryczne rozróżniania węzłów i splotów: kolorowanie, indeks zaczeplenia, odpowiednie zadania. | 4 |
| C5 | Arytmetyka splotów: mnożenie i dodawanie splotów, przykłady własności tych działań. Węzły pierwsze i ich składanie w bogatsze struktury. | 2 |
| C6 | Niezmienniki wielomianowe: wielomian Alexandera, wielomian Jonesa, nawias Kauffmana. Obliczenia wielomianów, przy użyciu odpowiednich relacji i diagramów. | 6 |
| C7 | Kolorowanie węzłów, wykorzystane w zadaniach do rozróżniania węzłów. | 4 |
| C8 | Równania supłowe, przykłady, sposoby rozwiązywania. Działanie grupy enzymów topoizomerazy na DNA, a niezmienniki węzłów, porównanie. | 3 |

| WYKŁAD | | |
|-----------|---|------------------|
| LP | TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA GODZIN |
| W1 | Wprowadzenie i motywacja: przedmiot teorii węzłów (jako przykładu topologii stosowanej) oraz jej znaczenie, szczególnie w zastosowaniach. | 4 |
| W2 | Podstawowe pojęcia: definicja węzła, rzut i diagram węzła, rzut regularny, definicja splotu. Problemy z rozróżnianiem węzłów, przykłady. | 4 |
| W3 | Elementarne deformacje węzła, równoważność węzłów, węzły trywialne. Ruchy Reidemeistera. Twierdzenie o równoważności węzłów. | 2 |
| W4 | Techniki kombinatoryczne rozróżniania węzłów i splotów: kolorowanie, indeks zaczeplenia. | 4 |
| W5 | Arytmetyka splotów: mnożenie i dodawanie splotów, własności tych działań. Węzły pierwsze. | 2 |
| W6 | Niezmienniki wielomianowe: wielomian Alexandera, wielomian Jonesa, nawias Kauffmana. | 5 |
| W7 | Kolorowanie węzłów. Teoria warkoczy, twierdzenie Markowa. | 5 |
| W8 | Więcej o zastosowaniach, z naciskiem na zastosowania w chemii, biologii molekularnej i inżynierii genetycznej. Topologiczne podejście do enzymologii. Zamknięte cząsteczki DNA. Równania supłowe. Działanie grupy enzymów topoizomerazy na DNA, a niezmienniki węzłów. Topologia i przykład twierdzenia dla enzymu tn3 rezolwazy. | 4 |

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady na seminarium, konsultacje, praca przy tablicy, praca domowa, praca projektowa, referaty studenckie, korzystanie z zasobów internetowych. Platforma MS TEAMS, platforma moodle Delta PK.

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI | ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI |
|--|---|
| Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym: | |
| Godziny wynikające z planu studiów | 60 |
| Konsultacje przedmiotowe | 5 |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji | 3 |
| Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym: | |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury | 6 |
| Opracowanie wyników | 8 |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji | 8 |
| SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA | 90 |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU | 3.00 |

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Oceny za kolejne etapy pracy na zajęciach, waga 10%.

F2 Ocena za prezentacje i jej przedstawienie na zajęciach, waga 70%.

F3 Ocena za aktywność i wkład pracy, waga 20%.

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Średnia ważona ocen formujących wyrażonych w procentach.

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Ocenę pozytywną otrzymuje się w przypadku zdobycia co najmniej 60% połowy sumarycznej liczby punktów z całego przedmiotu.

W2 Konieczna obecność na zajęciach.

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

B1 Zawarta w ocenach formujących.

KRYTERIA OCENY

| | |
|---------------------|---|
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie spełnia warunków na ocenę 3.0. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie spełnia warunków na ocenę 3.0. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student zna podstawowe twierdzenia geometryczne dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Student zna twierdzenia dotyczące niezmienników wielomianowych stosowanych w teorii węzłów. Uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 3.5 | Student zna podstawowe twierdzenia geometryczne dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Student zna twierdzenia dotyczące niezmienników wielomianowych stosowanych w teorii węzłów. Uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student zna podstawowe twierdzenia geometryczne dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Student zna twierdzenia dotyczące niezmienników wielomianowych stosowanych w teorii węzłów. Uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student zna podstawowe twierdzenia geometryczne dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Student zna twierdzenia dotyczące niezmienników wielomianowych stosowanych w teorii węzłów. Uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student zna podstawowe twierdzenia geometryczne dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Student zna twierdzenia dotyczące niezmienników wielomianowych stosowanych w teorii węzłów. Uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie posiada umiejętności opisanych w warunkach na ocenę 3.0. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących rozróżnianie węzłów matematycznych. Uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |

| | |
|---------------------|---|
| NA OCENĘ 3.5 | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących rozróżnianie węzłów matematycznych. Uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących rozróżnianie węzłów matematycznych. Uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 4.5 | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących rozróżnianie węzłów matematycznych. Uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących rozróżnianie węzłów matematycznych. Uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów. |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 | |
| NA OCENĘ 2.0 | Student nie spełnia warunków, o których mowa w kryterium na ocenę 3. |
| NA OCENĘ 3.0 | Student rozumie potrzebę regularnej pracy i systematycznie uczęszczał na zajęcia. |
| NA OCENĘ 4.0 | Student wykazał się systematycznością o której mowa w kryterium na ocenę 3.0. Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach, a także systematycznie pracuje na platformie e-learningowej. |
| NA OCENĘ 5.0 | Student spełnia warunki, o których mowa w kryterium na ocenę 4.0. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu poprzez szukanie zastosowań dyskretnych układów dynamicznych oraz sięganie po dodatkowe materiały i literaturę. |

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|-----------------|--|-----------------------|---------------|
| EK1 | K_W03 | Cel 1 Cel 2 | C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 | N1 | F1 F2 F3 P1 |
| EK2 | K_W04 | Cel 1 Cel 2 | C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 | N1 | F1 F2 F3 P1 |

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--|-----------------|--|-----------------------|---------------|
| EK3 | K_U18 | Cel 1 Cel 2 | C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 | N1 | F1 F2 F3 P1 |
| EK4 | K_K02 | Cel 1 Cel 2 | C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 | N1 | F1 F2 F3 P1 |

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] Kunio Murasugi — *Knot Theory and its Applications*, Springer Science+Business Media, 1996, New York
- [2] Peter Cromwell — *Knots and Links*, Cambridge, 2004, Cambridge University Press
- [3] Józef Przytycki — *Węzły: podejście kombinatoryczne do teorii węzłów*, Warszawa, 1995, Script
- [4] Lizabeth A. Allison — *Podstawy biologii molekularnej*, Warszawa, 2009, UW
- [5] Ian Stewart — *Matematyka życia*, Warszawa, 2014, Prószyński Media

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] Krzysztof Ciesielski, Zdzisław Pogoda — *Królowa bez Nobla*, Warszawa, 2013, Demart
- [2] Vassily Manturov — *Knot Theory*, Boca Raton, Florida, 2004, Chapman & Hall/CRC
- [3] Vassily Manturo — *Denis Petrovich Ilyutko Virtual Knots: The State of the Art (Series on Knots and Everything)*, Singapore, 2012, World Scientific
- [4] Christian Kassel, Vladimir Turaev — *Braid Groups*, New York, 2008, Springer

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Maciej Zakarczemny (kontakt: mzakarczemny@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)