

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2021/2022

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                       |
|-----------------------------------------|-----------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Topologia             |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Topology              |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WiT M oIIS C5 21/22   |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty kierunkowe |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 5.00                  |
| SEMESTRY                                | 1                     |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 1       | 30     | 30        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zaznajomienie studentów z podstawowymi pojęciami topologii; nauczanie studentów posługiwania się pojęciami topologicznymi w analizie matematycznej, analizie funkcjonalnej i teorii miary.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- 1 Znajomość podstaw analizy matematycznej i teorii mnogości; znajomość podstaw topologii w zakresie studiów stopnia pierwszego (topologii przestrzeni metrycznych).

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna podstawowe definicje i twierdzenia przedstawione na wykładach.

**EK2 Umiejętności** Student umie wprowadzać topologię różnymi metodami, badać spełnianie aksjomatów oddzielania, umie badać ciągłość funkcji.

**EK3 Umiejętności** Student umie badać zwartość i spójność przestrzeni topologicznych (w tym przestrzeni produktowych z topologią Tichonowa)

**EK4 Kompetencje społeczne** Student rozumie i docenia rolę topologii w matematyce. Student szanuje sądy innych i w dyskusji odnosi się do nich merytorycznie. Jest etyczny, w szczególności szanuje cudzą własność intelektualną. Student rozumie konieczność ciągłego zdobywania wiedzy i wagę samodzielnej pracy w procesie studiowania.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                  |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Przestrzeń topologiczna. Różne metody wprowadzania topologii. Własności operacji domknięcia i wnętrza, baza topologii. Odwzorowania ciągłe (warunki równoważne definicji, własności odwzorowań ciągłych). Wprowadzanie topologii przy użyciu rodziny odwzorowań. Topologia podprzestrzeni. Aksjomaty przeliczalności. Aksjomaty oddzielania. Lemat Urysohna. Lemat Tietzego-Urysohna. | 15               |
| <b>W2</b> | Przestrzenie zwarte i lokalnie zwarte. Iloczyn kartezjański przestrzeni topologicznych, topologia Tichonowa. Własności iloczynów kartezjańskich przestrzeni z topologią Tichonowa.                                                                                                                                                                                                    | 10               |
| <b>W3</b> | Przestrzenie spójne.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 5                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                             |                  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                      | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Ćwiczenie różnych metod wprowadzania topologii. Sprawdzanie spełniania aksjomatów oddzielania i przeliczalności. Badania ciągłości funkcji i własności odwzorowań ciągłych. | 15               |
| <b>C2</b> | Badanie zwartości i lokalnej zwartości przestrzeni topologicznych. Badanie własności iloczynu kartezjańskiego przestrzeni topologicznych.                                   | 10               |

| ĆWICZENIA |                                                        |                  |
|-----------|--------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C3</b> | Badanie spójności przestrzeni topologicznych.          | 5                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady w sali lub - w przypadku zdalnego nauczania - na platformie Teams

**N2** Zadania tablicowe (w przypadku zdalnego nauczania - na platformie Teams)

**N3** Dyskusja

**N4** Konsultacje (w przypadku zdalnego nauczania - na platformie Teams)

**N5** Praca w grupach (w przypadku zdalnego nauczania - na platformie Teams)

**N6** e-learning (platforma Moodle)

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 60                                                      |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 27                                                      |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 3                                                       |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 60                                                      |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 0                                                       |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>150</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 5.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

**OCENA FORMUJĄCA**

**F1** Odpowiedź ustna

**F2** Zadanie tablicowe

**F3** Kolokwium**F4** Obecność i aktywność na ćwiczeniach**F5** E-learning**OCENA PODSUMOWUJĄCA****P1** Średnia ważona ocen formujących**P3** Rozmowa zaliczeniowa sprawdzająca znajomość teorii**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU**

**W1** Uzyskanie z każdego z dwóch kolokwii lub z kolokwium zaliczeniowego w sesji poprawkowej co najmniej 50% punktów oraz pozytywna ocena ze znajomości teorii weryfikowana podczas rozmowy zaliczeniowej oraz na bieżąco podczas dyskusji na wykładach (obecność wskazana, ale nieobowiązkowa) i ćwiczeniach (obecność obowiązkowa). Maksymalna liczba punktów z obu kolokwii połówkowych jest taka sama; maksymalna liczba punktów z kolokwium zaliczeniowego jest równa podwojonej liczbie punktów z kolokwium połówkowego. Maksymalny punktowy wynik oceny z rozmowy zaliczeniowej jest również równy maksymalnej liczbie punktów z kolokwium połówkowego. Wynik każdego z połówkowych kolokwii zaliczeniowych i rozmowy zaliczeniowej jest brany z wagą 3; z kolokwium poprawkowego z wagą 6; ocena za aktywność na platformie e-learningowej oraz podczas ćwiczeń jest brana z wagą 1. Procentowy wynik obliczony na podstawie tej średniej jest przeliczany na ocenę zgodnie z algorytmem: [51,60] - 3,0; (60,70] - 3,5; (70,80] - 4,0; (80,90] - 4,5; (90,100] - 5,0.

**OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA****B1** Rozwiązywanie zadań umieszczonych na kursie e-learningowym**KRYTERIA OCENY**

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie otrzymał co najmniej połowy punktów z co najmniej jednego z kolokwii połówkowych (w części dotyczącej wiedzy) lub jego odpowiedzi podczas rozmowy zaliczeniowej zostały ocenione na mniej niż połowę możliwej do zdobycia liczby punktów.                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 3.0        | Student uzyskał co najmniej połowę punktów z każdego z kolokwii (w części dotyczącej wiedzy) oraz jego odpowiedzi podczas rozmowy zaliczeniowej zostały ocenione na co najmniej połowę możliwej do zdobycia liczby punktów. Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 50 a 60% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części kolokwii sprawdzającej wiedzę i rozmowy zaliczeniowej). |
| NA OCENĘ 3.5        | Student uzyskał co najmniej połowę punktów z każdego z kolokwii (w części dotyczącej wiedzy) oraz jego odpowiedzi podczas rozmowy zaliczeniowej zostały ocenione na co najmniej połowę możliwej do zdobycia liczby punktów. Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 61 a 70% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części kolokwii sprawdzającej wiedzę i rozmowy zaliczeniowej). |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.0        | tudent uzyskał co najmniej połowę punktów z każdego z kolokwiiów (w części dotyczącej wiedzy) oraz jego odpowiedzi podczas rozmowy zaliczeniowej zostały ocenione na co najmniej połowę możliwej do zdobycia liczby punktów. Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 71 a 80% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części kolokwiiów sprawdzającej wiedzę i rozmowy zaliczeniowej).   |
| NA OCENĘ 4.5        | Student uzyskał co najmniej połowę punktów z każdego z kolokwiiów (w części dotyczącej wiedzy) oraz jego odpowiedzi podczas rozmowy zaliczeniowej zostały ocenione na co najmniej połowę możliwej do zdobycia liczby punktów. Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 81 a 90% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części kolokwiiów sprawdzającej wiedzę i rozmowy zaliczeniowej).  |
| NA OCENĘ 5.0        | Student uzyskał co najmniej połowę punktów z każdego z kolokwiiów (w części dotyczącej wiedzy) oraz jego odpowiedzi podczas rozmowy zaliczeniowej zostały ocenione na co najmniej połowę możliwej do zdobycia liczby punktów. Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 91 a 100% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części kolokwiiów sprawdzającej wiedzę i rozmowy zaliczeniowej). |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie otrzymał co najmniej połowy punktów z pierwszego z kolokwiiów połówkowych (w części dotyczącej umiejętności).                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 3.0        | Student otrzymał co najmniej połowę punktów z pierwszego z kolokwiiów połówkowych (w części dotyczącej umiejętności). Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 51 a 60% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części sprawdzającej umiejętności).                                                                                                                                       |
| NA OCENĘ 3.5        | Student otrzymał co najmniej połowę punktów z pierwszego z kolokwiiów połówkowych (w części dotyczącej umiejętności). Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 61 a 70% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części sprawdzającej umiejętności).                                                                                                                                       |
| NA OCENĘ 4.0        | Student otrzymał co najmniej połowę punktów z pierwszego z kolokwiiów połówkowych (w części dotyczącej umiejętności). Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 71 a 80% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części sprawdzającej umiejętności).                                                                                                                                       |
| NA OCENĘ 4.5        | Student umie stosować wszystkie poznane algorytmy, umie udowodnić poprawność większości z nich i poprawnie rozpoznaje praktyczne problemy, w których mają one zastosowanie.                                                                                                                                                                                                                                                 |
| NA OCENĘ 5.0        | Student otrzymał co najmniej połowę punktów z pierwszego z kolokwiiów połówkowych (w części dotyczącej umiejętności). Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 91 a 100% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części sprawdzającej umiejętności).                                                                                                                                      |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie otrzymał co najmniej połowy punktów z drugiego z kolokwiiów połówkowych (w części dotyczącej umiejętności).                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 3.0        | Student otrzymał co najmniej połowę punktów z drugiego z kolokwiiów połówkowych (w części dotyczącej umiejętności). Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 51 a 60% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części sprawdzającej umiejętności).      |
| NA OCENĘ 3.5        | Student otrzymał co najmniej połowę punktów z drugiego z kolokwiiów połówkowych (w części dotyczącej umiejętności). Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 61 a 70% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części sprawdzającej umiejętności).      |
| NA OCENĘ 4.0        | Student otrzymał co najmniej połowę punktów z drugiego z kolokwiiów połówkowych (w części dotyczącej umiejętności). Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 71 a 80% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części sprawdzającej umiejętności).      |
| NA OCENĘ 4.5        | Student otrzymał co najmniej połowę punktów z drugiego z kolokwiiów połówkowych (w części dotyczącej umiejętności). Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 81 a 90% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części sprawdzającej umiejętności).      |
| NA OCENĘ 5.0        | Student otrzymał co najmniej połowę punktów z drugiego z kolokwiiów połówkowych (w części dotyczącej umiejętności). Liczba uzyskanych przez studenta punktów znajduje się pomiędzy 91 a 100% maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia (z części sprawdzającej umiejętności).zych |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie uczestniczy w zajęciach (ćwiczeniach). Student nie przygotowuje zadań domowych. Student nie wykonuje ćwiczeń z platformy e-learningowej.                                                                                                                                     |
| NA OCENĘ 3.0        | Student bierze udział w zajęciach (ćwiczeniach). Student przygotowuje zadania domowe. Student wykonuje zadania z platformy e-learningowej. Liczba punktów zdobytych przez studenta za aktywność znajduje się pomiędzy 51 a 60% możliwej do zdobycia liczby punktów.                      |
| NA OCENĘ 3.5        | Student bierze udział w zajęciach (ćwiczeniach). Student przygotowuje zadania domowe. Student wykonuje zadania z platformy e-learningowej. Liczba punktów zdobytych przez studenta za aktywność znajduje się pomiędzy 61 a 70% możliwej do zdobycia liczby punktów.                      |
| NA OCENĘ 4.0        | Student bierze udział w zajęciach (wykładach i ćwiczeniach). Student przygotowuje zadania domowe. Student wykonuje zadania z platformy e-learningowej. Liczba punktów zdobytych przez studenta za aktywność znajduje się pomiędzy 71 a 80% możliwej do zdobycia liczby punktów.          |
| NA OCENĘ 4.5        | Student bierze udział w zajęciach (ćwiczeniach). Student przygotowuje zadania domowe. Student wykonuje zadania z platformy e-learningowej. Liczba punktów zdobytych przez studenta za aktywność znajduje się pomiędzy 81 a 90% możliwej do zdobycia liczby punktów.                      |
| NA OCENĘ 5.0        | Student bierze udział w zajęciach (ćwiczeniach). Student przygotowuje zadania domowe. Student wykonuje zadania z platformy e-learningowej. Liczba punktów zdobytych przez studenta za aktywność znajduje się pomiędzy 91 a 100% możliwej do zdobycia liczby punktów.                     |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE    | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY        |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| EK1               | K_W01 K_W03<br>K_W07 K_U04                                                     | Cel 1           | W1 W2 W3 C1<br>C2 C3 | N1 N2 N3 N4 N5        | F1 F2 F3 P1          |
| EK2               | K_U01 K_U02<br>K_U08                                                           | Cel 1           | W1 W2 W3 C1<br>C2 C3 | N1 N2 N3 N4 N5<br>N6  | F1 F2 F3 F4 F5<br>P1 |
| EK3               | K_U01 K_U02<br>K_U08                                                           | Cel 1           | W1 W2 W3 C1<br>C2 C3 | N1 N2 N3 N4 N5<br>N6  | F1 F2 F3 F4 F5<br>P1 |
| EK4               | K_K01 K_K04<br>K_K06                                                           | Cel 1           | C1 C2 C3             | N3 N4 N5 N6           | F4 F5                |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | R. Duda — *Wprowadzenie do topologii*, Warszawa, 1986, PWN
- [2] | R. Engelking — *Zarys topologii ogólnej*, Warszawa, 1968, PWN
- [3] | K. Kuratowski — *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, Warszawa, 1977, PWN

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | R. Engelking, K. Sieklucki — *Geometria i topologia*, Warszawa, 1980, PWN
- [2] | H. Patkowska — *Wstęp do topologii*, Warszawa, 1979, PWN
- [3] | K. Janich — *Topologia*, Warszawa, 1991, PWN
- [4] | S. Gładysz — *Wstęp do topologii*, Warszawa, 1981, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Magdalena Grzech (kontakt: [magdag@pk.edu.pl](mailto:magdag@pk.edu.pl))

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 dr Magdalena Grzech (kontakt: [magdag@pk.edu.pl](mailto:magdag@pk.edu.pl))



## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....