

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2022/2023

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Informatyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: I

Stopień studiów: I

Specjalności: Brak specjalności

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Algebra z geometrią
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Algebra with geometry
KOD PRZEDMIOTU	WiT I oIS C1 22/23
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	7.00
SEMESTRY	1

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
1	45	45	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zaznajomienie studentów z podstawami algebry (struktury algebraiczne, liczby zespolone, odwzorowania liniowe, rachunek macierzowy, rozwiązywanie układów równań liniowych). Wprowadzenie metod faktoryzacji macierzy oraz podstawowych metod geometrii analitycznej w przestrzeniach euklidesowych.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Matematyka szkolna.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student definiuje pojęcia, podaje przykłady i przywołuje twierdzenia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych.

EK2 Umiejętności Student oblicza iloczyn macierzy, wyznacznik i rząd macierzy, rozwiązuje układy równań liniowych, wykonuje działania na liczbach zespolonych.

EK3 Wiedza Student definiuje pojęcia, podaje przykłady i przywołuje twierdzenia z teorii faktoryzacji macierzy (w tym problem diagonalizacji) oraz geometrii analitycznej w przestrzeni euklidesowej.

EK4 Umiejętności Student znajduje faktoryzacje macierzy i rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej w przestrzeni euklidesowej.

EK5 Kompetencje społeczne Student prezentuje uczciwą postawę i oszczędnie gospodaruje czasem wykonania powierzonych zadań.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Posługiwanie się językiem teorii mnogości.	5
C2	Rozpoznawanie struktur algebraicznych.	2
C3	Rachunki w ciele liczb zespolonych.	3
C4	Operowanie rodzinami wektorów w przestrzeniach wektorowych.	4
C5	Operacje na macierzach.	2
C6	Rozpoznawanie odwzorowań liniowych i znajdowanie ich macierzy.	2
C7	Obliczanie wyznacznika macierzy kwadratowej i jego stosowanie.	2
C8	Obliczanie rzędu macierzy i jego stosowanie.	2
C9	Stosowanie metody eliminacji Gaussa.	2
C10	Stosowanie twierdzeń: Kroneckera-Capelliego i Cramera.	2
C11	Rachunek wektorowy w przestrzeni trójwymiarowej.	2
C12	Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej w przestrzeni trójwymiarowej.	2
C13	Znajdowanie wartości, wektorów i podprzestrzeni własnych macierzy kwadratowej.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C14	Diagonalizowanie macierzy (ewentualnie znajdowanie postaci Jordana).	3
C15	Znajdowanie rozkładu LU.	2
C16	Ortogonalizowanie układu wektorów i znajdowanie rozkładu QR.	4
C17	Znajdowanie wartości osobliwych i rozkładu SVD.	4

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Notacja matematyczna i elementy teorii mnogości (zbiory, relacje, funkcje).	5
W2	Struktury algebraiczne z jednym i dwoma działaniami.	2
W3	Ciało liczb zespolonych: działania algebraiczne na liczbach zespolonych, postać trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej, twierdzenie de Moivre'a, pierwiastkowanie liczb zespolonych, podstawowe twierdzenie algebry.	3
W4	Przestrzenie wektorowe, podprzestrzenie, liniowa niezależność wektorów, generowanie podprzestrzeni, baza, wymiar.	4
W5	Macierze: działania algebraiczne na macierzach, macierz transponowana, symetryczna i antysymetryczna, problem odwracania macierzy.	2
W6	Odwzorowania liniowe i ich reprezentacja macierzowa.	2
W7	Wyznaczniki: definicja, własności, rozwinięcie Laplace'a, twierdzenie Cauchy'ego, wzory na wyrazy macierzy odwrotnej.	2
W8	Rząd macierzy (kolumnowy, wierszowy, minorowy) i metody jego obliczania.	2
W9	Metoda eliminacji Gaussa i jej zastosowania (np. rząd schodkowy).	2
W10	Układy równań liniowych: twierdzenie Kroneckera - Capelliego i twierdzenie Cramera.	2
W11	Rachunek wektorowy w przestrzeni euklidesowej, iloczyn skalarny, wektorowy, mieszany.	2
W12	Geometria analityczna na płaszczyźnie i w przestrzeni: krzywe stożkowe, proste i płaszczyzny w przestrzeni.	2
W13	Wektory i wartości własne macierzy kwadratowych, podprzestrzenie własne.	2
W14	Diagonalizacja wybranych typów macierzy, postać Jordana.	3
W15	Rozkład LU	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W16	Ortonormalizacja i rozkład QR.	4
W17	Wartości osobliwe macierzy i rozkład SVD.	4

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady (MS Teams, jeśli zdalnie).

N2 Zadania tablicowe (OneNote, jeśli zdalnie).

N3 Konsultacje (MS Teams, jeśli zdalnie).

N4 E-kurs na Delcie.

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	90
Konsultacje przedmiotowe	15
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	95
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	210
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	7.00

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium.

F2 Zadanie tablicowe.

F3 Odpowiedź ustna.

F4 Aktywność i przygotowanie do zajęć (np. krótkie kartkówki).

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny (zadania).

P2 Test z teorii.

P3 Średnia ważona ocen formujących.

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Zaliczenie ćwiczeń mogą uzyskać tylko studenci, którzy regularnie uczęszczali na ćwiczenia.

W2 Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy wcześniej uzyskali zaliczenie ćwiczeń.

W3 Egzamin składa się z części zawierającej zadania oraz z testu z teorii.

W4 Oceną końcową jest średnia ważona z ocen P1-P3.

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

B1 Możliwe jest uwzględnienie aktywności studenta bez udziału prowadzącego (zadania domowe oddane na kartce lub elektronicznie).

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć algebraicznych. (Student nie uzyskał poziomu punktowego określonego przez prowadzących na ocenę 3,0.)
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 3.5	Student zna podstawowe pojęcia i wzory z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 4.0	Student logicznie objaśnia podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 4.5	Student logicznie i jasno objaśnia podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)

NA OCENĘ 5.0	Student objaśnia z pełnym zrozumieniem podstawowe pojęcia z zakresu struktur algebraicznych, liczb zespolonych, odwzorowań liniowych, rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. Poprawnie formułuje wnioski wynikające z tych twierdzeń. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi wykonać prostych obliczeń podanych poniżej. (Student nie uzyskał poziomu punktowego określonego przez prowadzących na ocenę 3,0.)
NA OCENĘ 3.0	Student oblicza iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rozwiązuje układ równań liniowych do wymiaru 3×3 i wykonuje proste działania na liczbach zespolonych. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 3.5	Student oblicza iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rozwiązuje układ równań liniowych dowolnego wymiaru i wykonuje proste działania na liczbach zespolonych. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 4.0	Student oblicza iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rząd macierzy, rozwiązuje układ równań liniowych dowolnego wymiaru, stosuje metodę rozwinięcia Laplace'a i metodę eliminacji Gaussa, wykonuje działania na liczbach zespolonych i używa postaci trygonometrycznej liczby zespolonej. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 4.5	Student oblicza iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rząd macierzy, rozwiązuje układ równań liniowych dowolnego wymiaru, stosuje metodę rozwinięcia Laplace'a i metodę eliminacji Gaussa, bada istnienie i jednoznaczność rozwiązania układu równań $m \times n$, znajduje to rozwiązanie, wykonuje działania na liczbach zespolonych i używa postaci trygonometrycznej i wykładniczej liczby zespolonej. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 5.0	Student oblicza iloczyn macierzy, wyznacznik macierzy, rząd macierzy, rozwiązuje układ równań liniowych dowolnego wymiaru, stosuje metodę rozwinięcia Laplace'a i metodę eliminacji Gaussa, bada istnienie i jednoznaczność rozwiązania układu równań $m \times n$, znajduje to rozwiązanie, rozwiązuje układ równań z parametrem, wykonuje działania na liczbach zespolonych, używa postaci trygonometrycznej i wykładniczej liczby zespolonej z pełnym zrozumieniem wykorzystanych metod. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie definiuje podstawowych pojęć z zakresu faktoryzacji macierzy i geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej. (Student nie uzyskał poziomu punktowego określonego przez prowadzących na ocenę 3,0.)
NA OCENĘ 3.0	Student definiuje podstawowe pojęcia z zakresu faktoryzacji macierzy i geometrii analitycznej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 3.5	Student definiuje podstawowe pojęcia z zakresu faktoryzacji macierzy i geometrii analitycznej w przestrzeni euklidesowej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)

NA OCENĘ 4.0	Student objaśnia podstawowe pojęcia z zakresu faktoryzacji macierzy i geometrii analitycznej w przestrzeni euklidesowej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 4.5	Student objaśnia ze zrozumieniem podstawowe pojęcia z zakresu faktoryzacji macierzy i geometrii analitycznej w przestrzeni euklidesowej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 5.0	Student objaśnia z pełnym zrozumieniem podstawowe pojęcia z zakresu faktoryzacji macierzy i geometrii analitycznej w przestrzeni euklidesowej oraz dotyczące ich twierdzenia i wzory. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna metod faktoryzowania macierzy lub nie umie rozwiązać prostego zadania z geometrii analitycznej. (Student nie uzyskał poziomu punkowego określony przez prowadzących na ocenę 3,0.)
NA OCENĘ 3.0	Student znajduje rozkład LU w prostych przypadkach, oblicza iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązuje proste zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań prostej i/lub płaszczyzny. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 3.5	Student znajduje rozkład LU (dowolnej macierzy kwadratowej), oblicza iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązuje standardowe zadanie z geometrii analitycznej wymagające znajomości równań prostej i/lub płaszczyzny. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 4.0	Student znajduje rozkład LU oraz często QR, oblicza iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązuje średnio trudne zadanie z geometrii analitycznej. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 4.5	Student znajduje rozkłady LU, często QR oraz Jordana, oblicza iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązuje zadanie z geometrii analitycznej wielowymiarowej ze zrozumieniem zastosowanych metod. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
NA OCENĘ 5.0	Student znajduje rozkłady LU, QR, SVD, Jordana oblicza iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany, rozwiązuje zadanie z geometrii analitycznej wielowymiarowej z pełnym zrozumieniem zastosowanych metod. (Student uzyskał poziom punktowy określony przez prowadzących.)
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Stwierdzono nieuczciwość studenta lub jego nieumiejętność wykonania powierzonych zadań w stosownym czasie.
NA OCENĘ 3.0	Student wykonuje powierzone zadania w stosownym czasie oraz nie stwierdzono działań nieuczciwych.
NA OCENĘ 3.5	Student wykonuje efektywnie powierzone zadania w stosownym czasie oraz nie stwierdzono działań nieuczciwych.

NA OCENĘ 4.0	Student dobiera algorytmy obliczeniowe, jest przewidujący i wykazuje się uczciwością.
NA OCENĘ 4.5	Student umiejętnie dobiera algorytmy obliczeniowe, jest przewidujący i wykazuje się wysoką uczciwością.
NA OCENĘ 5.0	Student biegle dobiera algorytmy obliczeniowe, jest przewidujący i wykazuje się ponadprzeciętną uczciwością (podawanie źródeł wiedzy i swojego istotnego wkładu w rozwiązywane problemy).

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	I1_W01	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10	N1 N3 N4	F1 F2 F3 F4 P2 P3
EK2	I1_U01b I1_U06b	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10	N1 N2 N3 N4	F1 F2 F3 F4 P1 P3
EK3	I1_W01	Cel 1	W11 W12 W13 W14 W15 W16 W17	N1 N3 N4	F1 F2 F3 F4 P2 P3
EK4	I1_U01b I1_U06b	Cel 1	C11 C12 C13 C14 C15 C16 C17	N1 N2 N3 N4	F1 F2 F3 F4 P1 P3
EK5	I1_K02 I1_K03	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13 C14 C15 C16 C17	N1 N2 N4	F1 F2 F3 F4 P1 P2 P3

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | T. Jurlewicz, Z. Skoczylas — *Algebra i geometria analityczna*, Wrocław, 2012, GiS
- [2] | T. Jurlewicz, Z. Skoczylas — *Algebra liniowa*, Wrocław, 2014, GiS

- [3] | **A. Piękosz** — *Algebra liniowa*, Kraków, 2010, Wydawnictwo PK
- [4] | **A. Piękosz** — *Wstęp do matematyki*, Kraków, 2009, Wydawnictwo PK
- [5] | **S. Przybyło, A. Szlachetowski** — *Algebra i wielowymiarowa geometria analityczna w zadaniach*, Warszawa, 2015, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **M. Gewert, Z. Skoczylas** — *Wstęp do analizy i algebry*, Wrocław, 2011, GiS
- [2] | **J. Rutkowski** — *Algebra liniowa w zadaniach*, Warszawa, 2008, Wydawnictwo Naukowe PWN
- [3] | **W. Stankiewicz** — *Zbiór zadań z matematyki dla wyższych uczelni technicznych (części A i B)*, Warszawa, 2015, Wydawnictwo Naukowe PWN
- [4] | **G. Strang** — *Introduction to Linear Algebra*, , 2016, Wellesley-Cambridge Press

LITERATURA DODATKOWA

- [1] | **K.A.Ross, C.R.B.Wright** — *Matematyka dyskretna*, Warszawa, 2000, Wydawnictwo Naukowe PWN

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Artur Piękosz (kontakt: apiekosz@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 dr Artur Piękosz (kontakt: artur.piekosz@pk.edu.pl)
- 2 dr Witold Obłóza (kontakt: witold.obloza@pk.edu.pl)
- 3 dr Marcin Skrzyński (kontakt: marcin.skrzynski@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....

.....

.....