Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki

Karta przedmiotu

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2022/2023

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma sudiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

1 Informacje o przedmiocie

Nazwa przedmiotu	Rachunek prawdopodobieństwa I
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	Probability
Kod przedmiotu	WIiT M oIS C12 22/23
Kategoria przedmiotu	Przedmioty kierunkowe
Liczba punktów ECTS	6.00
Semestry	4

2 Rodzaj zajęć, liczba godzin w planie studiów

Semestr	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Laboratorium komputerowe	Seminarium	Projekt
4	45	45	0	0	0	0

3 Cele przedmiotu

Cel 1 Celem zajęć jest zapoznanie studentów z podstawowymi zagadnieniami z rachunku prawdopodobieństwa. W szczególności studenci powinni opanować umiejętność budowania modeli probabilistycznych i obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych.

Cel 2 Studenci powinni opanować umiejętność modelowania doświadczeń losowych za pomocą zmiennych losowych, obliczania wartości oczekiwanej, wariancji i innych parametrów.

Cel 3 Zapoznanie studentów z wybranymi rozkładami prawdopodobieństwa, ze zwróceniem uwagi na ich zastosowania w procesach stochastycznych, statystyce, matematyce finansowej i aktuarialnej.

4 Wymagania wstępne w zakresie wiedzy, umiejętności i innych kompetencji

1 Analiza matematyczna I, II.

5 Efekty kształcenia

EK1 Umiejętności Student posługuje się pojęciem przestrzeni probabilistycznej. Potrafi zbudować i przeanalizować matematyczny model doświadczenia losowego. Umie stosować wzór na sumę prawdopodobieństw.

EK2 Umiejętności Student umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa, zna pojęcie niezależności zdarzeń.

EK3 Umiejętności Student umie posługiwać się zmiennymi losowymi, zna zastosowania praktyczne podstawowych rozkładów, umie wyznaczać ich parametry, konstruować dystrybuantę. Umie szacować prawdopodobieństwa używając PWL.

EK4 Wiedza Student zna podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące modelowania probabilistycznego, rozkładów prawdopodobieństwa i ich parametrów.

EK5 Kompetencje społeczne Student dostrzega ograniczenia własnej wiedzy, rozumie potrzebę dalszego kształcenia oraz potrzebę dzielenia się wiedzą

6 Treści programowe

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C1	Własności prawdopodobieństwa, obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń losowych z użyciem metod kombinatorycznych, schemat Bernoullego, obliczanie prawdopodobieństwa geometry-cznego.	10
C2	Obliczanie prawdopodobieństwa warunkowego, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, badanie niezależności zdarzeń.	8
C3	Badanie mierzalności odwzorowań, przykłady zmiennych losowych i ich rozkładów, gęstość prawdopodobieństwa, wyznaczanie dystrybuanty zadanego rozkładu prawdopodobieństwa i na odwrót.	7
C4	Obliczanie wartości oczekiwanej, wariancji, odchylenia standardowego i innych parametrów zmiennych losowych.	8
C5	Funkcje zmiennych losowych, wyznaczanie rozkładów.	8
C6	Zastosowania nierówności: Markowa, Czebyszewa, Schwartza.	4

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W1	Przestrzeń probabilistyczna. Definicja aksjomatyczna, podstawowe własności prawdopodobieństwa, prawdopodobieństwo klasyczne, prawdopodobieństwo dyskretne, prawdopodobieństwo geometryczne, produkt przestrzeni probabilistycznych, schemat Bernoullego, lemat Borela-Cantellego.	6
W2	Prawdopodobieństwo warunkowe, niezależność zdarzeń. Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, zdarzenia niezależne.	4
W3	Rozkłady i zmienne losowe. Rozkłady dyskretne, ciągłe, twierdzenie Radona-Nikodyma, rozkłady absolutnie ciągłe, mierzalność odwzorowań, zmienne losowe i ich rozkłady, wektory losowe i rozkłady wielowymiarowe, dystrybuanta i jej własności, związek dystrybuanty z rozkładem, niezależność wektorów losowych, niezależność sigma-algebr, funkcje wektorów losowych.	6
W4	Charakterystyki liczbowe zmiennych losowych. Wartość oczekiwana - przypadek dyskretny i absolutnie ciągły, wariancja, odchylenie standardowe, momenty zwykłe i centralne, skośność, eksces, mediana, moda, kowariancja, macierz kowariancji, współczynnik korelacji, zmienne nieskorelowane, regresja, nierówności Czebyszewa.	8
W5	Przegląd rozkładów. Rozkład: jednopunktowy, dwupunktowy, dwumianowy, geometryczny, wielomianowy, Pascala, hipergeometryczny, Poissona, prawo małych liczb Poissona, rozkład: jednostajny, wykładniczy, normalny, n-wymiarowy rozkład normalny, rozkład gamma, chi-kwadrat, Studenta, Cauchy'ego.	8
W7	Elementy teorii miary i całki. Mierzalność odwzorowań, całka względem miary probabilistycznej, własności całki, twierdzenie Lebesgue'a o zbieżności monotonicznej, twierdzenie Lebesgue'a o zbieżności zmajoryzowanej, twierdzenie Fubiniego.	6
W8	Wartość oczekiwana - przypadek ogólny. Twierdzenie o zamianie miary w całce Lebesgue'a. Nierówności Czebyszewa. Słabe prawo wielkich liczb.	7

7 Narzędzia dydaktyczne

N1 Wykłady (w sytuacji zdalnego nauczania wykłady prowadzone są za pośrednictwem MS Teams)

N2 Prezentacje multimedialne

N3 Ćwiczenia (w sytuacji zdalnego nauczania ćwiczenia prowadzone są za pośrednictwem MS Teams)

N4 E-learning (kurs na platformie Delta)

N5 Konsultacje

8 Obciążenie pracą studenta

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	90
Konsultacje przedmiotowe	25
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	30
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
rozwiązywanie zadań domowych	30
Sumaryczna liczba godzin dla przedmiotu wynikająca z całego nakładu pracy studenta	**180**
Sumaryczna liczba punktów ECTS dla przedmiotu	6.00

9 Sposoby oceny

Ocena formująca

F1 Kolokwium (w sytuacji zdalnego nauczania za pośrednictwem platformy e-learningowej oraz MS Teams)

F2 Test z teorii (platforma e-learningowa Delta)

Ocena podsumowująca

P1 Zaliczenie ćwiczeń

P2 Egzamin pisemny

P3 Egzamin ustny

Warunki zaliczenia przedmiotu

W1 Przewidziane sa dwa/trzy kolokwia w trakcie semestru. Za aktywnosc na cwiczeniach mozna uzyskac dodatkowe punkty. Studenci, którzy za kolokwia i aktywnosc uzyskaja sume punktów mniejsza od połowy sumy punktówza wszystkie kolokwia, przed przystapieniem do egzaminu, zobowiazni sa napisac kolokwium poprawkowe. Studenci, którzy za wszystkie kolokwia uzyskaja co najmniej 90% sumy punktów za wszystkie kolokwia są zwolnieni z egzaminu pisemnego

W2 Przewidziane są trzy testy z teorii. Wymagane jest zaliczenie każdego, w przeciwnym wypadku wymagane jest przystąpienie do poprawy testu

W3 Końcowa ocena z przedmiotu jest średnią ważoną ocen P1, P2 i P3

Kryteria oceny

Efekt kształcenia 1	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
Na ocenę 3.0	Student potrafi konstruować przestrzeń probabilistyczną i obliczać prawdopodobieństwa dla doświadczeń losowych, dla których można wypisać zdarzenia elementarne.
Na ocenę 3.5	Student potrafi konstruować przestrzeń probabilistyczną i obliczać prawdopodobieństwa dla doświadczeń losowych, umie korzystać z narzędzi kombinatorycznych.
Na ocenę 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować skończony schemat Bernoullego i dowodzić wzory kombinatoryczne.
Na ocenę 4.5	Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie stosować prawdopodobieństwo geometryczne i nieskończony schemat Bernoullego.
Na ocenę 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student umie stosować wzór włącz-wyłącz, jest świadomy i umie objaśniać błędne rozumowania i paradoksy.
Efekt kształcenia 2	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
Na ocenę 3.0	Student umie stosować prawdopodobieństwo warunkowe, zna definicję zdarzeń niezależnych i wzór Bayesa.
Na ocenę 3.5	Jak na ocenę 3. Dodatkowo: Student umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, zbadać niezależność zdarzeń.
Na ocenę 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować wzór Bayesa, dowodzić własności zdarzeń niezależnych, podawać przykłady zdarzeń niezależnych, parami niezależnych i zależnych.
Na ocenę 4.5	Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie stosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite wzór Bayesa dla doświadczeń wieloetapowych
Na ocenę 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student jest świadomy i umie objaśniać błędne rozumowania i paradoksy związane z prawdopodobieństwem warunkowym i całkowitym.
Efekt kształcenia 3	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
Na ocenę 3.0	Student zna podstawowe rozkłady prawdopodobieństwa (dwumianowy, geometryczny, wykładniczy, normalny).
Na ocenę 3.5	Student umie posługiwać się zmiennymi losowymi o rozkładzie dyskretnym i absolutnie ciągłym. Umie wyznaczać ich parametry i konstruować dystrybuantę.
Na ocenę 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie stosować odpowiednio dobrane zmienne losowe przy rozwiązywaniu praktycznych problemów.

Na ocenę 4.5	Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie odzyskać rozkład, gdy zadana jest dystrybuanta. Umie szacować prawdopodobieństwa z użyciem nierówności Czebyszewa i PWL.
Na ocenę 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student potrafi wyprowadzać wzory na parametry podstawowych rozkładów.
Efekt kształcenia 4	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
Na ocenę 3.0	Student umie wypowiedzieć definicje i twierdzenia z zakresu przedstawionego na wykładach materiału.
Na ocenę 3.5	Jak na ocenę 3. Dodatkowo: Student umie ilustrowac przedstawiane definicje i twierdzenia przykładami.
Na ocenę 4.0	Jak na ocenę 3.5. Dodatkowo: Student umie przytoczyć idee dowodów twierdzeń przedstawione na wykładach.
Na ocenę 4.5	Jak na ocenę 4. Dodatkowo: Student umie poprawnie cytować narzędzia z innych działów matematyki stosowane w powyższych rozumowaniach.
Na ocenę 5.0	Jak na ocenę 4.5. Dodatkowo: Student umie dowodzić twierdzenia przedstawione na wykładach.
Efekt kształcenia 5	
Na ocenę 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0
Na ocenę 3.0	Student rozwiązuje zadania domowe, korzysta z materiałów dostępnych naplatformie e-learningowej
Na ocenę 3.5	Jak na ocenę 3.0. Ponadto, na zajęciach lub podczas konsultacji, zadaje pytania o charakterze merytorycznym
Na ocenę 4.0	Jak na ocenę 3.5, dodatkowo chętnie prezentuje rozwiązania zadań i problemów na ćwiczeniach
Na ocenę 4.5	Jak na ocenę 4.0, dodatkowo poszukuje odpowiedzi na pytania w literaturze przedmiotu
Na ocenę 5.0	Jak na ocenę 4.5. Ponadto, potrafi prowadzić nieformalną rozmowęo zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem

10 Macierz realizacji przedmiotu

Efekt kształcenia	Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu	Cele przedmiotu	Treści programowe	Narzędzia dydaktyczne	Sposoby oceny
EK1	K_U29	Cel 1	C1 W1	N1 N2 N3 N4 N5	F1 F2 P1 P2 P3
EK2	K_U31	Cel 1	C2 W2	N1 N2 N3 N4 N5	F1 F2 P1 P2 P3
EK3	K_U32	Cel 2	C3 C4 C5 C6 W3 W4 W5 W8	N1 N2 N3 N4 N5	F1 F2 P1 P2 P3
EK4	K_W04 K_W05	Cel 1 Cel 2 Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5 C6 W1 W2 W3 W4 W5 W7 W8	N1 N2 N3 N4 N5	F1 F2 P1 P2 P3
EK5	K_K01 K_K02	Cel 1 Cel 2 Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5 C6 W1 W2 W3 W4 W5 W7 W8	N1 N2 N3 N4 N5	F1 F2 P1 P2 P3

11 Wykaz literatury

Literatura podstawowa

[1] J. Jakubowski, R. Sztencel, — *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Warszawa, 2001, Script

[2] M. Wiciak — *Elementy probabilistyki w zadaniach*, Kraków, 2008, Wydawnictwo PK

Literatura uzupełniająca

[1] P. Billingsley — *Prawdopodobieństwo i miara*, Warszawa, 1987, PWN

[2] W. Feller — *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, tom I, II*, Warszawa, 1977, PWN

[3] J. Stojanow — *Zbiór zadań z rachunku prawdopodobieństwa*, Warszawa, 1982, PWN

12 Informacje o nauczycielach akademickich

Osoba odpowiedzialna za kartę

dr Margareta Wiciak (kontakt: mwiciak@pk.edu.pl)

Osoby prowadzące przedmiot

1 dr Margareta Wiciak (kontakt: mwiciak@pk.edu.pl)

3 dr Jan PUDEŁKO (kontakt: jpudelko@pk.edu.pl)

4 dr Krzysztof WESOŁOWSKI (kontakt: kwesolowski@pk.edu.pl)

5 mgr Ewelina MULAWA (kontakt: ewelina.mulawa@pk.edu.pl)

13 Zatwierdzenie karty przedmiotu do realizacji

(miejscowość, data) (odpowiedzialny za przedmiot) (dziekan)

Przyjmuję do realizacji (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....

.....

.....

.....