Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki

Karta przedmiotu

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2022/2023

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma sudiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

1 Informacje o przedmiocie

Nazwa przedmiotu	Algebra liniowa z geometrią analityczną I
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	Linear algebra and analitic geometry I
Kod przedmiotu	WIiT M oIS C3 22/23
Kategoria przedmiotu	Przedmioty kierunkowe
Liczba punktów ECTS	8.00
Semestry	1

2 Rodzaj zajęć, liczba godzin w planie studiów

Semestr	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Laboratorium komputerowe	Seminarium	Projekt
1	45	45	0	0	0	0

3 Cele przedmiotu

Cel 1 Nauczyć studentów podstawowych metod algebraicznych i geometrycznych niezbędnych w analizie, równaniach różniczkowych, teorii prawdopodobieństwa itd., aktywnie stosowanych we współczesnej ekonomii, finansach, kryptografii, kodowaniu itd.

4 Wymagania wstępne w zakresie wiedzy, umiejętności i innych kompetencji

1 Matematyka na poziomie szkolnym zaawansowanym

5 Efekty kształcenia

EK1 Wiedza Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia stosujące się algebry liniowej i geometrii analitycznej, struktur algebraicznych i w szczególności przestrzeni liniowych (w tym, liniowej zależności i liniowej niezależności, bazy, wymiaru przestrzeni, operacji na podprzestrzeniach, własności macierzy i odwzorowań liniowych, izomorfizmów przestrzeni liniowych)

EK2 Umiejętności Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia stosujące się struktur algebraicznych i w szczególności przestrzeni liniowych, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązac podstawowe ćwiczenia z tej dziedziny

EK3 Wiedza Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia stosujące się wielomianów, układów równań liniowych, wyznaczników„ lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązac podstawowe ćwiczenia z tej dziedziny

EK4 Kompetencje społeczne Student potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, potrafi formułowac opinie ta temat podstawowych zagadnień

6 Treści programowe

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W1	Struktury algebraiczne: działania algebraiczne i ich własności (przemienność, łączność, rozdzielność, neutralność, odwrotność), grupy abelowe i nieprzemienne, prawa skracania i potęgowania. Grupy przekształceń, grupy permutacji (cykle, traspozycji, transpozycji liczb sąsiednich, inwersje, parzystość). Podgrupy, podgrupy normalne, grupy ilorazowe. Pierścienie, podpierścienie, ideały. Pierścień klas reszt modulo n. Ciała przemienne i nieprzemienne, podciała	5
W2	Ciało liczb zespolonych: definicja ciała C, postaci kanoniczna, trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej. Wzór de Moivrea, pierwiastkowanie liczb zespolonych, interpretacja geometryczna. Ciało kwaternionów.	5
W3	Pierścień wielomianów: dzielenie z resztą, algorytm Euklidesa, NWD, NWW. Dzielniki wielomianów, wielomiany nieprzywiedlne w ciele. Rozkład wielomianów w iloczyn czynników nieprzywiedlnych w ciele. Pierwiastki wielomianu, twierdziene Bezouta. Krotność pierwiastku wielomianu. Wzór Taylora, wzory Vietea, schemat Hornera. Zasadnicze twierdzenie algebry, postać kanoniczna wielomianu. Wilomiany zespolone i wielomiany rzeczywiste. Ciało ułamków (funkcje wymierne, ułamki proste)	6
W4	Przestrzenie liniowe: definicja i własności przestrzeni liniowych. Podprzestrzenie i przestrzenie ilorazowe. Kombinacja linoiwa, liniowa niezależność, liniowa zależność. Baza i wymiar przestrzeni liniowej. Operacje na podprzestrzeniach (suma, przekrój, suma prosta). Wymiar sumy podprzestrzeni i wymiar przestrzeni ilorazowej, izomorfizmy przestrzeni liniowych	9

Wykład		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
W5	Macierze i odwzorowania liniowe: definicja macierzy, rodzaje macierzy, działania na macierzach. Przekształcenie liniowe, jego macierz, jądro, obraz, rząd odwzorowania liniowego. Operatory liniowe, homomorfizmy i izomorfizmy. Macierz przejścia i transformacja współrzędnych wektora przy zmianie bazy. Transformacja macierzy odwzorowania liniowego przy zmianie bazy. Podobieństwo macierzy.	10
W6	Wyznaczniki i układy równań liniowych: definicja wyznacznika, własności, minory, dopełnienie algebraiczne. Wyznacznik iloczynu macierzy. Rozwinięcie Laplacea. Macierz odwrotna. Układy równań liniowych (jednorodne i niejednorodne). Układy Cramera. Rząd macierzy. Twierdzenie Kroneckera-Capellego. Metoda eliminacji Gaussa	10

Ćwiczenia		
Lp	Tematyka zajęć Opis szczegółowy bloków tematycznych	Liczba godzin
C1	Struktury algebraiczne: badanie własności działań, rozpoznawanie struktur algebraicznych, własności permutacji. Rozpoznanie podgrup, podpierścieni, podciała. Rozpoznanie homomorfizmów i izomorfizmów. Klasy reszt i elementarne obliczenia w arytmetyce modularnej	7
C2	Ciało liczb zespolonych: postać algebraiczna, postać trygonometryczna, postać wykładnicza. Interpretacja geometryczna, rozwiązywanie równań. Potęgowanie i pierwiastkowanie liczb zespolonych	6
C3	Pierścień wielomianów: dzielenie z resztą, algorytm Euklidesa, NWD, NWW. Rozpoznawanie wielomianów nieprzywiedlnych w ciele, rozkładanie wielomianów na czynniki nieprzywiedlne. Pierwiastki jednokrotne i wielokrotne, zastosowanie twierdzenia Bezouta i zasadniczego twierdzenia algebry. Wzór Taylora, wzory Vietea i schemat Hornera	8
C4	Przestrzeni liniowe: rozpoznawanie przestrzeni i podprzestrzeni. Badanie liniowej zależności i liniowej niezależności układów wektorów. Wyznaczenie bazy i wymiarów przestrzeni liniowej. Baza sumy i przekroju podprzestrzeni	8
C5	Macierze i odwzorowania liniowe: działania na macierzach. Rozpoznawanie przekształcen liniowych, wyznaczenie ich jądra i obrazu, obliczenie ich macierzy, rzędu. Obliczanie macierzy przejścia przy zmianie bazy i znajdowanie wspólrzędnych wektora w różnych bazach.	8
C6	Wyznaczniki i układy równań liniowych: różne sposoby obliczania wyznaczników, obliczanie rzędu macierzy. Odwracanie macierzy. Rozwiązywanie układów równań liniowych (jednorodnych i niejednorodnych), układów Cramera.	8

7 Narzędzia dydaktyczne

N1 Wykłady. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams, na żywo.

N2 Konsultacje

N3 Dyskusja

N4 Praca w grupach. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams, na żywo.

8 Obciążenie pracą studenta

Forma aktywności	Średnia liczba godzin na zrealizowanie aktywności
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	90
Konsultacje przedmiotowe	30
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	110
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
Sumaryczna liczba godzin dla przedmiotu wynikająca z całego nakładu pracy studenta	**240**
Sumaryczna liczba punktów ECTS dla przedmiotu	8.00

9 Sposoby oceny

Ocena formująca

F1 Kolokwium

Ocena podsumowująca

P1 Zaliczenie pisemne

P2 Egzamin pisemny

P3 Egzamin ustny

Warunki zaliczenia przedmiotu

W1 Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy zaliczyli ćwiczenia

W2 Egzamin pisemny składa się z części zadaniowej i teoretycznej

W3 Ocena końcowa jest sumą ocen P1, P2 i P3

Kryteria oceny

Efekt kształcenia 1	
Na ocenę 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
Na ocenę 3.0	Student zna podstawowe pojęcia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych , macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych i ilustruje ich przykładami
Na ocenę 3.5	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych , macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, lecz również zilustrować ich przykładami
Na ocenę 4.0	Student formuluje podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych , macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, może ich udowodnić i zilustrować przykładami
Na ocenę 4.5	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych , macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru
Na ocenę 5.0	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych , macierzach i odwzorowaniach liniowych liczbach zespolonych i ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań
Efekt kształcenia 2	
Na ocenę 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
Na ocenę 3.0	Student zna podstawowe pojęcia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, ilustruje ich przykładami i rozwiązuje elementarne zadania
Na ocenę 3.5	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać elementarne zadania
Na ocenę 4.0	Student formuluje podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, może ich udowodnić, zilustrować przykładami oraz rozwiązać zadania teoretycznego i praktycznego charakteru
Na ocenę 4.5	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych zadań

Na ocenę 5.0	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o strukturach algebraicznych i, w szczególności, o przestrzeniach liniowych, macierzach i odwzorowaniach liniowych oraz liczbach zespolonych, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań
Efekt kształcenia 3	
Na ocenę 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
Na ocenę 3.0	Student zna podstawowe pojęcia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, ilustruje ich przykładami, rozwiązuje zadania elementarne
Na ocenę 3.5	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać zadanie elementarne
Na ocenę 4.0	Student formuluje podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, może ich udowodnić i zilustrować przykładami oraz rozwiązać zadanie teoretycznego i praktycznego charakteru
Na ocenę 4.5	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach i układach równań liniowych, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania różnych standardowych zadań
Na ocenę 5.0	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań praktycznego i teoretycznego charakteru
Efekt kształcenia 4	
Na ocenę 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
Na ocenę 3.0	Student zna podstawowe pojęcia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, ilustruje ich przykładami i rozwiązuje elementarne zadania, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, potrafi formulowac opinie ta temat podstawowych zagadnień
Na ocenę 3.5	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, lecz również zilustrować ich przykładami i rozwiązać elementarne zadania, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, potrafi formulowac opinie ta temat podstawowych zagadnień
Na ocenę 4.0	Student formuluje podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, może ich udowodnić, zilustrować przykładami oraz rozwiązać zadania, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, potrafi formulowac opinie ta temat podstawowych zagadnień

Na ocenę 4.5	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, potrafi formulowac opinie ta temat podstawowych zagadnień
Na ocenę 5.0	Student potrafi nie tylko sformułować podstawowe pojęcia i zagadnienia o wielomianach, wyznacznikach, układach równań liniowych, ich udowodnić oraz zilustrować przykładami, lecz również stosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru,potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, potrafi formulowac opinie ta temat podstawowych zagadnień

10 Macierz realizacji przedmiotu

Efekt kształcenia	Odniesienie danego efektu do szczegółowych efektów zdefiniowanych dla programu	Cele przedmiotu	Treści programowe	Narzędzia dydaktyczne	Sposoby oceny
EK1	K_W01 K_W02	Cel 1	W1 W2	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3
EK2	K_U01	Cel 1	W3 C3	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3
EK3	K_W01 K_W02	Cel 1	W5 C5	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3
EK4	K_K01 K_K02	Cel 1	W6 C6	N1 N2 N3 N4	F1 P1 P2 P3

11 Wykaz literatury

Literatura podstawowa

[1] A. Piękosz — *Algebra liniowa*, Kraków, 2009, PK

[2] J. Klukowska, I. Nabiałek — *Algebra dla studentów*, Warszawa, 1999, PWN

[3] A.I. Kostrikin — *Wstęp do algebry (cz 1,2)*, Warszawa, 2004, PWN

[4] J. Rutkowski — *Algebra liniowa w zadaniach*, Warszawa, 2010, PWN

[5] J. Rutkowski — *Algebra abstrakcyjna w zadaniach*, Warszawa, 2001, PWN

[6] S. Przybyło, A. Szlachtowski — *Algebra i wielowymiarowa geometria analityczna w zadaniach*, Warszawa, 1988, PWN

Literatura uzupełniająca

[1] J. Gancarzewicz — *Algebra liniowa i jej zastosowania*, Kraków, 2004, UJ

[2] A. Białynicki-Birula — *Algebra liniowa z geometrią*, Warszawa, 1976, PWN

[3] F. Leja — *Geometria analityczna*, Warszawa, 1972, PWN

[4] J. Gancarzewicz — *Arytmetyka*, Kraków, 2002, UJ

[5] P. Kajetanowicz, J. Wierzejewski — *Algebra z geometrią analityczna*, Warszawa, 2008, PWN

12 Informacje o nauczycielach akademickich

Osoba odpowiedzialna za kartę

prof. dr hab. Orest Artemovych (kontakt: artemo@pk.edu.pl)

Osoby prowadzące przedmiot

1 Prof. dr hab. Orest Artemovych (kontakt: artemo@usk.pk.edu.pl)

2 Dr Marcin Skrzyński (kontakt: pfskrzyn@cyfronet.pl)

3 Dr Kamil Kular (kontakt: kamil_kular@wp.pl)

13 Zatwierdzenie karty przedmiotu do realizacji

(miejscowość, data) (odpowiedzialny za przedmiot) (dziekan)

Przyjmuję do realizacji (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .