

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2022/2023

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Wstęp do topologii
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Introduction to Topology
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIS C5 22/23
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	6.00
SEMESTRY	2

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
2	30	30	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Gruntowne zaznajomienie studentów z podstawowymi pojęciami, twierdzeniami i przykładami topologii przestrzeni metrycznych oraz początkami topologii ogólnej.

Cel 2 WYROBIE NIE U STUDENTÓW SPRAWNOŚCI W BADANIU PODZBIORÓW PRZESTRZENI EUKLIDESOWYCH I ODWZOROWAŃ MIĘDZY TYMI PODZBIORAMI POD KĄTEM PODSTAWOWYCH WŁASNOŚCI METRYCZNYCH I TOPOLOGICZNYCH.

Cel 3 Wyposażenie studentów w wiadomości, umiejętności i intuicje z zakresu elementarnej topologii niezbędne do dalszego studiowania Matematyki (szczególnie analizy matematycznej, równań różniczkowych i geometrii różniczkowej).

Cel 4 Rozwinięcie u studentów umiejętności redagowania tekstów matematycznych oraz jasnego, poprawnego i precyzyjnego mówienia o zagadnieniach matematycznych.

Cel 5 Rozwinięcie ogólnej kultury matematycznej studentów.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie przedmiotu WSTĘP DO LOGIKI I TEORII MNOGOŚCI.

2 Zaliczenie przedmiotu WSTĘP DO ANALIZY MATEMATYCZNEJ.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna i rozumie podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Zna również standardowe przykłady ilustrujące te definicje i twierdzenia.

EK2 Wiedza Student zna i rozumie pojęcie przestrzeni topologicznej oraz relacje między tym pojęciem a pojęciem przestrzeni metrycznej.

EK3 Umiejętności Student potrafi badać i określać podstawowe własności metryczne i topologiczne podzbiorów przestrzeni metrycznych oraz odwzorowań między przestrzeniami metrycznymi. Posiada intuicje dotyczące metrycznych i topologicznych własności podzbiorów przestrzeni euklidesowych oraz odwzorowań między tymi przestrzeniami.

EK4 Umiejętności Student potrafi - w stosunkowo prostych przypadkach - znaleźć homeomorfizm (izometrię) między dwoma podzbiórami przestrzeni euklidesowych albo wykazać, że te podzbiory nie są homeomorficzne (izometryczne).

EK5 Umiejętności Student rozpoznaje podstawowe pojęcia i fakty z topologii używane w innych dziedzinach Matematyki. Potrafi zastosować swoje wiadomości z topologii do rozwiązywania problemów z innych dziedzin Matematyki.

EK6 Umiejętności Student poprawnie i komunikatywnie przedstawia w mowie i na piśmie (w języku polskim) niezbyt trudne zagadnienia i rozumowania matematyczne.

EK7 Kompetencje społeczne Student potrafi samodzielnie poszerzać i pogłębiać swoje wiadomości z topologii oraz dzielić się nimi z laikami.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Przestrzenie metryczne - wprowadzenie: definicje metryki i przestrzeni metrycznej, przykłady metryk (w szczególności metryka euklidesowa, metryka Czebyszewa i metryka Hamminga); kule i sfery; zbiory ograniczone; odległość punktu od zbioru, odległość między zbiorami, średnica zbioru; granica ciągu punktów, punkt skupienia zbioru, ciągi Cauchy'ego, przestrzenie zupełne; zbiory otwarte i domknięte, otoczenie punktu, wnętrze, domknięcie i brzeg; zbiory gęste i nigdzie gęste; metryka indukowana.	8

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W2	Ciągłość: Heinego i Cauchy'ego definicje ciągłości w punkcie; pojęcie odwzorowania ciągłego przestrzeni metrycznych; granica odwzorowania w punkcie; najprostsze twierdzenia o odwzorowaniach ciągłych; odwzorowania izometryczne i homeomorfizmy, własności metryczne i własności topologiczne.	5
W3	Iloczyn kartezjański przestrzeni metrycznych.	3
W4	Zwartość: definicja ciągowa i definicja pokryciowa, twierdzenie Borela-Lebesgue'a; najprostsze własności przestrzeni i zbiorów zwartych; twierdzenie Bolzano-Weierstrassa, podzbiory zwarte przestrzeni euklidesowych; twierdzenie o obrazie ciągłym zbioru zwartego i twierdzenie Weierstrassa o osiągnięciu kresów; jednostajna ciągłość, twierdzenie Heinego-Cantora.	5
W5	Spójność: definicja spójnej przestrzeni metrycznej; najprostsze twierdzenia o przestrzeniach i zbiorach spójnych (w szczególności twierdzenie o połączeniu zbiorem spójnym); drogi i pętle, drogowa spójność, obszary w przestrzeniach euklidesowych (i unormowanych); składowe spójne; podzbiory spójne prostej rzeczywistej; twierdzenie o obrazie ciągłym zbioru spójnego, własność Darboux.	5
W6	Równoważność metryk i przestrzenie topologiczne: równoważność i lipschitzowska równoważność metryk; topologia i kotopologia przestrzeni metrycznej; definicja przestrzeni topologicznej, przykłady przestrzeni topologicznych; przestrzenie Hausdorffa; metryzowalność.	4

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Przestrzenie metryczne - wprowadzenie: przykłady metryk, obliczanie odległości między zbiorami i średnic zbiorów w różnych przestrzeniach metrycznych, przykłady kul, badanie zbieżności ciągów, znajdowanie punktów skupienia, badanie otwartości i domkniętości, wyznaczanie wnętrza, domknięć i brzegów (głównie w przypadku podzbiorów przestrzeni euklidesowych), przykłady przestrzeni zupełnych i niezupełnych.	9
C2	Ciągłość: badanie ciągłości odwzorowań różnych przestrzeni metrycznych (z naciskiem na funkcje rzeczywiste określone w podzbiorach przestrzeni euklidesowych), znajdowanie granic odwzorowań, niektóre operacje na odwzorowaniach ciągłych (np. zestawienie, iloczyn kartezjański i sklejenie), zbiory zdefiniowane za pomocą równań i nierówności między funkcjami ciągłymi, przykłady izometrii i homeomorfizmów.	6
C3	Zwartość: badanie zwartości za pomocą definicji ciągowej i pokryciowej, przykłady podzbiorów zwartych przestrzeni euklidesowych i funkcyjnych, znajdowanie kresów funkcji ciągłych na zbiorach zwartych, zwartość jako własność topologiczna, przykłady funkcji jednostajnie ciągłych.	5

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C4	Spójność: badanie spójności podzbiorów różnych przestrzeni metrycznych, znajdowanie składowych spójnych, zbiory wypukłe i gwiaździste, continua, spójność jako własność topologiczna, konsekwencje własności Darboux (np. jednowymiarowe twierdzenie Brouwera o punkcie stałym i równania algebraiczne nieparzystych stopni).	6
C5	Równoważność metryk i przestrzenie topologiczne: badanie równoważności i lipschitzowskiej równoważności metryk, przykłady metryzowalnych i niemetryzowalnych przestrzeni topologicznych.	4

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady (w razie konieczności prowadzone w formie telekonferencji).

N2 Zadania tablicowe (w razie konieczności rozwiązywane i omawiane za pośrednictwem internetu).

N3 Dyskusja (w razie konieczności prowadzona w formie telekonferencji).

N4 Konsultacje (w razie konieczności prowadzone za pośrednictwem internetu).

N5 Opracowywanie przez studentów na piśmie – poza regularnymi zajęciami – referatów nt. rozwiązań trudniejszych zadań lub zagadnień uzupełniających problematykę wykładów i ćwiczeń (projekty indywidualne).

N6 Kurs e-learningowy.

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	25
Egzaminy i zaliczenia w sesji	7
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	78
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	10
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	180
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	6.00

9 SPOSOBY OCENY

W razie konieczności zarówno bieżące kartkówki, jak i test egzaminacyjny mogą odbywać się za pośrednictwem platformy e-learningowej. Egzamin ustny może zostać przeprowadzony w formie telekonferencji.

OCENA FORMUJĄCA

F1 Krótkie sprawdziany („kartkówki”).

F2 Merytoryczna aktywność na ćwiczeniach.

F3 Projekty indywidualne.

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Testowy egzamin pisemny.

P2 Egzamin ustny.

P3 Średnia ważona ocen formujących.

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Warunkiem koniecznym i wystarczającym dopuszczenia do egzaminu końcowego (który składa się z części testowej i części ustnej) jest przystąpienie do wszystkich sprawdzianów i uzyskanie na nich więcej niż połowy maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

W2 Warunkiem koniecznym i wystarczającym dopuszczenia do egzaminu ustnego jest zdobycie na teście egzaminacyjnym więcej niż połowy maksymalnej liczby punktów.

W3 Warunkiem koniecznym i wystarczającym otrzymania pozytywnej oceny końcowej z przedmiotu (wpisanej do dokumentacji przebiegu studiów) jest uzyskanie – po przejściu egzaminu ustnego – pozytywnych ocen za wszystkie efekty kształcenia. Ocena końcowa jest odpowiednio zaokrągloną średnią arytmetyczną wszystkich (siedmiu) ocen za efekty kształcenia.

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna lub nie rozumie podstawowych definicji i twierdzeń topologii przestrzeni metrycznych.
NA OCENĘ 3.0	Student poprawnie wypowiada podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Przytacza proste przykłady omówione na zajęciach.
NA OCENĘ 3.5	Student poprawnie wypowiada podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Objasnia te definicje i twierdzenia za pomocą rozsądnie dobranych przykładów.
NA OCENĘ 4.0	Student poprawnie wypowiada podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Objasnia te definicje i twierdzenia za pomocą przykładów pochodzących z zajęć lub znalezionych samodzielnie. Przeprowadza - rozumiejąc - prostsze dowody.
NA OCENĘ 4.5	Student poprawnie wypowiada podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Biegłe objasnia te definicje i twierdzenia za pomocą przykładów pochodzących z zajęć lub znalezionych samodzielnie. Przeprowadza - rozumiejąc - i proste, i średnio trudne dowody.
NA OCENĘ 5.0	Student poprawnie wypowiada podstawowe definicje i twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych. Biegłe posługuje się przykładami i umie znajdować je ad hoc. Zna i w pełni rozumie dowody wszystkich podstawowych twierdzeń.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna lub nie rozumie pojęcia przestrzeni topologicznej.
NA OCENĘ 3.0	Student poprawnie wypowiada definicję przestrzeni topologicznej i wyjaśnia, dlaczego każda przestrzeń metryczna jest przestrzenią topologiczną.
NA OCENĘ 3.5	Student poprawnie wypowiada definicję przestrzeni topologicznej i tłumaczy, dlaczego każda przestrzeń metryczna jest przestrzenią topologiczną. Potrafi podać i objasnić przykład niemetryzowalnej przestrzeni topologicznej.
NA OCENĘ 4.0	Student poprawnie wypowiada definicję przestrzeni topologicznej, tłumaczy, dlaczego każda przestrzeń metryczna jest przestrzenią topologiczną, potrafi podać i objasnić kilka przykładów niemetryzowalnych przestrzeni topologicznych oraz porządnie sformułować jakiś warunek konieczny metryzowalności.
NA OCENĘ 4.5	Student poprawnie wypowiada definicję przestrzeni topologicznej, wyjaśnia, dlaczego każda przestrzeń metryczna jest przestrzenią topologiczną, potrafi szczegółowo omówić kilka przykładów niemetryzowalnych przestrzeni topologicznych i porządnie sformułować jakiś warunek konieczny metryzowalności.

NA OCENĘ 5.0	Student poprawnie wypowiada definicję przestrzeni topologicznej, wyjaśnia, dlaczego każda przestrzeń metryczna jest przestrzenią topologiczną, potrafi szczegółowo omówić kilka przykładów niemetryzowalnych przestrzeni topologicznych oraz sformułować i udowodnić jakiś warunek konieczny metryzowalności.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna podstawowych własności metrycznych i topologicznych przysługujących podzbiorom przestrzeni metrycznych lub nie rozumie pojęcia ciągłości.
NA OCENĘ 3.0	Student poprawnie określa podstawowe własności metryczne i topologiczne nieskomplikowanych podzbiorów prostej, płaszczyzny i przestrzeni trójwymiarowej oraz rozpoznaje proste przykłady ciągłych i nieciągłych odwzorowań między przestrzeniami euklidesowymi.
NA OCENĘ 3.5	Student poprawnie określa podstawowe własności metryczne i topologiczne niezbyt skomplikowanych podzbiorów prostej rzeczywistej, płaszczyzny i przestrzeni trójwymiarowej, potrafi uzasadnić (niekoniecznie w pełni ściśle) swoje twierdzenia oraz umie badać odwzorowania między podzbiorami przestrzeni euklidesowych pod kątem ciągłości.
NA OCENĘ 4.0	Student poprawnie określa podstawowe własności metryczne i topologiczne podzbiorów prostej rzeczywistej, płaszczyzny i przestrzeni trójwymiarowej, a także – w prostych przykładach – innych przestrzeni metrycznych. Potrafi udowodnić większość swoich twierdzeń. Umie zbadać pod kątem ciągłości odwzorowanie między podzbiorami przestrzeni euklidesowych mające dość złożoną definicję.
NA OCENĘ 4.5	Student poprawnie i biegle określa podstawowe własności metryczne i topologiczne różnych podzbiorów prostej rzeczywistej, płaszczyzny i przestrzeni trójwymiarowej, a także przestrzeni wyżej wymiarowych i nieeuklidesowych. Potrafi podać i uzasadnienia intuicyjne, i ściśle dowody swoich twierdzeń. Sprawnie bada ciągłość odwzorowań między przestrzeniami euklidesowymi, a także – w prostych przypadkach – między innymi przestrzeniami metrycznymi.
NA OCENĘ 5.0	Student biegle określa podstawowe własności metryczne i topologiczne różnych podzbiorów prostej rzeczywistej, płaszczyzny i przestrzeni trójwymiarowej, a także wyżej wymiarowych przestrzeni euklidesowych i niektórych przestrzeni nieeuklidesowych. Swoje twierdzenia potrafi uzasadnić intuicyjnie oraz udowodnić. Sprawnie bada ciągłość odwzorowań przy różnych metrykach.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie rozumie pojęć izometryczności i homeomorficzności.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi skonstruować izometrię (homeomorfizm) między dwoma nieskomplikowanymi podzbiorami prostej bądź płaszczyzny albo wykazać, że te podzbiory nie są izometryczne (homeomorficzne).
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi skonstruować izometrię (homeomorfizm) między dwoma niezbyt skomplikowanymi podzbiorami przestrzeni euklidesowych wymiaru co najwyżej 3 albo wykazać, że te podzbiory nie są izometryczne (homeomorficzne).

NA OCENĘ 4.0	Student sprawnie rozpoznaje zbiory izometryczne (homeomorficzne) wśród danych – niezbyt skomplikowanych – podzbiorów przestrzeni euklidesowych. Zna typowe przykłady homeomorfizmów i par homeomorficznych oraz biegle posługuje się pojęciami własności topologicznej i metrycznej.
NA OCENĘ 4.5	Student sprawnie rozpoznaje zbiory homeomorficzne (izometryczne) wśród danych podzbiorów przestrzeni euklidesowych. Biegle zna typowe homeomorfizmy i pary homeomorficzne. Sprawnie posługuje się pojęciami własności topologicznej i własności metrycznej. Posiada elementarne intuicje dotyczące izometryczności i homeomorficzności.
NA OCENĘ 5.0	Student rozpoznaje zbiory i przestrzenie izometryczne i homeomorficzne w dość skomplikowanych sytuacjach. Posiada biegłą znajomość typowych homeomorfizmów i par homeomorficznych. Biegle posługuje się pojęciem własności topologicznej i własności metrycznej. Ma wyrobione intuicje dotyczące homeomorficzności i izometryczności.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie rozpoznaje pojęć topologicznych w definicjach, twierdzeniach, rozumowaniach dowodowych i zadaniach z innych dziedzin Matematyki.
NA OCENĘ 3.0	Student rozpoznaje pojęcia topologiczne w definicjach i wypowiedziach twierdzeń z innych dziedzin Matematyki. Potrafi wyjaśnić, jakie twierdzenie z topologii zostało wykorzystane w prostym rozumowaniu dowodowym lub rozwiązaniu zadania z innej dziedziny Matematyki.
NA OCENĘ 3.5	Student rozpoznaje i rozumie pojęcia topologiczne występujące w definicjach, wypowiedziach twierdzeń, dowodach i rozwiązaniach zadań z innych dziedzin Matematyki. Potrafi dokładnie wyjaśnić, jakie twierdzenie z topologii i w jaki sposób zostało wykorzystane w rozumowaniu dowodowym lub rozwiązaniu zadania z innej dziedziny Matematyki.
NA OCENĘ 4.0	Student rozpoznaje i rozumie pojęcia topologiczne występujące w definicjach, wypowiedziach twierdzeń, dowodach i rozwiązaniach zadań z innych dziedzin Matematyki. Potrafi dokładnie wyjaśnić, jakie twierdzenie topologii i w jaki sposób zostało wykorzystane w rozumowaniu dowodowym lub rozwiązaniu zadania z innej dziedziny Matematyki. Używa wiadomości z topologii do rozwiązywania standardowych zadań z analizy matematycznej.
NA OCENĘ 4.5	Student rozpoznaje i rozumie pojęcia topologiczne występujące w definicjach, wypowiedziach twierdzeń, dowodach i rozwiązaniach zadań z innych dziedzin Matematyki. Potrafi dokładnie wyjaśnić, jakie twierdzenie topologii i w jaki sposób zostało wykorzystane w rozumowaniu dowodowym lub rozwiązaniu zadania z innej dziedziny Matematyki. Sprawnie wykorzystuje wiadomości z topologii do rozwiązywania różnych zadań i problemów z analizy matematycznej.
NA OCENĘ 5.0	Student rozpoznaje i rozumie pojęcia topologiczne występujące w definicjach, wypowiedziach twierdzeń, dowodach i rozwiązaniach zadań z innych dziedzin Matematyki. Potrafi dokładnie wyjaśnić, jakie twierdzenie topologii i w jaki sposób zostało wykorzystane w rozumowaniu dowodowym lub rozwiązaniu zadania z innej dziedziny Matematyki. Biegle posługuje się wiadomościami z topologii rozwiązując zadania i problemy z analizy matematycznej. Wykazuje się przy tym pewną oryginalnością.

EFEKT KSZTAŁCENIA 6	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi sformułować zrozumiałej wypowiedzi ani zredagować poprawnego tekstu matematycznego.
NA OCENĘ 3.0	Student poprawnie redaguje rozwiązania prostych zadań na sprawdzianach. Potrafi zrozumiale komentować swoje poczynania przy tablicy. Podaje na egzaminie ustnym formalnie poprawne wypowiedzi definicji i twierdzeń.
NA OCENĘ 3.5	Student poprawnie redaguje rozwiązania zadań na sprawdzianach. Potrafi klarownie zaprezentować przy tablicy rozwiązanie niezbyt trudnego zadania. Podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń na egzaminie ustnym.
NA OCENĘ 4.0	Student poprawnie i klarownie redaguje rozwiązania zadań na sprawdzianach. Potrafi dokładnie omówić rozwiązanie „zadania tablicowego”. Na egzaminie ustnym podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń oraz przedstawia we właściwy sposób proste rozumowania dowodowe.
NA OCENĘ 4.5	Student poprawnie i jasno redaguje rozwiązania zadań na sprawdzianach. Potrafi dokładnie i klarownie omówić rozwiązanie „zadania tablicowego”. Na egzaminie ustnym podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń oraz we właściwy sposób referuje rozumowania dowodowe o średnim stopniu skomplikowania. Przedstawia co najmniej jeden dobrze napisany projekt indywidualny.
NA OCENĘ 5.0	Student poprawnie i jasno redaguje rozwiązania zadań na sprawdzianach. Potrafi dokładnie i klarownie omówić rozwiązanie „zadania tablicowego”. Na egzaminie ustnym podaje poprawne i jasne wypowiedzi definicji i twierdzeń oraz referuje we właściwy sposób skomplikowane rozumowania dowodowe. Przedstawia co najmniej jeden dobrze napisany projekt indywidualny.
EFEKT KSZTAŁCENIA 7	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazuje żadnego zainteresowania przedmiotem lub nie potrafi włączyć się do nieformalnej rozmowy o zagadnieniach merytorycznych z przedmiotem związanych.
NA OCENĘ 3.0	Student zadaje na zajęciach lub podczas konsultacji pytania o charakterze merytorycznym, dotyczące m.in. literatury wskazanej przez nauczycieli. Potrafi podjąć nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem.
NA OCENĘ 3.5	Student zadaje na zajęciach lub podczas konsultacji rozsądne pytania, dotyczące m.in. literatury wskazanej przez nauczycieli. Potrafi prowadzić nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem.
NA OCENĘ 4.0	Student zadaje na zajęciach lub podczas konsultacji liczne rozsądne pytania i przejawia znajomość literatury wskazanej przez nauczycieli. Swobodnie prowadzi nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem.

NA OCENĘ 4.5	Student często zadaje na zajęciach lub podczas konsultacji rozsądne i interesujące pytania oraz przejawia dobrą znajomość literatury wskazanej przez nauczycieli. Swobodnie prowadzi nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem, przedstawiając w jej trakcie własne opinie i przemyślenia.
NA OCENĘ 5.0	Student często zadaje na zajęciach lub podczas konsultacji rozsądne i interesujące pytania, przejawia bardzo dobrą znajomość literatury wskazanej przez nauczycieli oraz poszukuje dodatkowej literatury. Swobodnie prowadzi nieformalną rozmowę o zagadnieniach merytorycznych związanych z przedmiotem, przedstawiając w jej trakcie inspirujące opinie i przemyślenia własne.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W04 K_W05 K_W07	Cel 1 Cel 3 Cel 5	W1 W2 W3 W4 W5 C1 C2 C3 C4	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 P1 P2 P3
EK2	K_W04 K_W05 K_W07	Cel 1 Cel 3 Cel 5	W6 C5	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 P1 P2 P3
EK3	K_U22	Cel 2 Cel 3 Cel 5	C1 C2 C3 C4	N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 P1 P2 P3
EK4	K_U22 K_U23	Cel 2 Cel 3 Cel 5	C2 C3 C4	N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 P1 P2 P3
EK5	K_U23	Cel 3 Cel 5	W1 W2 W4 W5 C1 C2 C3 C4	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F2 F3 P2 P3
EK6	K_U01 K_U02 K_U35	Cel 4 Cel 5	W1 W2 W3 W4 W5 W6 C1 C2 C3 C4 C5	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 P2 P3
EK7	K_K02 K_K05 K_K06	Cel 5	W1 W2 W3 W4 W5 W6 C1 C2 C3 C4 C5	N3 N4 N5	F2 F3 P2 P3

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | **R. Engelking, K. Sieklucki** — *Wstęp do topologii*, Warszawa, 1986, Państwowe Wydawnictwo Naukowe
- [2] | **E. Jabłońska, J. Krzyszkowski** — *Topologia: notatki do wykładu*, Kraków, 2020, Wydawnictwo Szkolne Omega
- [3] | **K. Kuratowski** — *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, Warszawa, 2004, Wydawnictwo Naukowe PWN
- [4] | **M. Malec** — *Przestrzenie metryczne: zbiór zadań z rozwiązaniami*, Kraków, 2001, Wydawnictwa AGH

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **D. Brydak, E. Turdza** — *Zbiór zadań z teorii mnogości i teorii przestrzeni topologicznych i metrycznych*, Kraków, 1974, Wydawnictwo Naukowe WSP
- [3] | **S. Gładysz** — *Wstęp do topologii*, Warszawa, 1981, Państwowe Wydawnictwo Naukowe
- [4] | **K. Jaenich** — *Topologia*, Warszawa, 1998, Wydawnictwo Naukowe PWN
- [5] | **J. Jędrzejewski, W. Wilczyński** — *Przestrzenie metryczne w zadaniach*, Łódź, 2007, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego
- [6] | **J. Krzyszkowski, E. Turdza** — *Elementy topologii*, Kraków, 2005, Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej w Krakowie

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Marcin Skrzyński (kontakt: marcin.skrzynski@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Marcin Skrzyński (kontakt: mskrzynski@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....