

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2022/2023

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Profil: Praktyczny

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: MS

Stopień studiów: I

Specjalności: Analityka Danych, Matematyka w finansach i ekonomii, Matematyka z Informatyką

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Równania różniczkowe i różnicowe
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Differential and difference equations
KOD PRZEDMIOTU	WiT MS pIS C14 22/23
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	6.00
SEMESTRY	4

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
4	30	30	0	15	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Cel przedmiotu: znajomość metod analitycznych i komputerowych rozwiązywania podstawowych równań i układów równań różniczkowych zwyczajnych oraz równań różnicowych.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Wymagania wstępne: znajomość elementów analizy matematycznej oraz algebry liniowej.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna i rozumie definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane w trakcie realizacji treści programowych.

**EK2 Umiejętności** Student potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi.

**EK3 Umiejętności** Student potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp.

**EK4 Umiejętności** Student potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych.

**EK5 Kompetencje społeczne** Student jest gotów do rozwiązywania problemów z zakresu równań różniczkowych i różnicowych - zarówno w ramach pracy indywidualnej jak i grupowej, i poszukiwania niezbędnej w tym celu wiedzy.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Podstawowe pojęcia i definicje. Przykłady zjawisk prowadzących do równań różniczkowych i różnicowych.	2
<b>W2</b>	Równania różniczkowe I rzędu całkowalne elementarnie: równania o zmiennych rozdzielonych, równania jednorodne, równania liniowe, równanie Bernoulliego, równanie zupełne, czynnik całkujący.	4
<b>W3</b>	Układy normalne równań różniczkowych. Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia Cauchyego. Metoda kolejnych przybliżeń. Twierdzenie o ciągłości i różniczkowości rozwiązania jako funkcji parametrów i danych początkowych.	4
<b>W4</b>	Układy równań różniczkowych liniowych I rzędu. Podstawowe własności rozwiązań. Układy liniowe niejednorodne. Metoda uzmienniania stałych. Układy liniowe o stałych współczynnikach.	4
<b>W5</b>	Związek równań różniczkowych rzędu $n$ z układami I rzędu. Własności równań liniowych różniczkowych rzędu $n$ . Metody rozwiązywania równania liniowego rzędu $n$ o stałych współczynnikach.	4
<b>W6</b>	Elementy teorii stabilności dla układów równań różniczkowych, punkty krytyczne liniowych układów autonomicznych.	3
<b>W7</b>	Równania różnicowe I rzędu. Równania i układy równań różnicowych liniowych I rzędu.	6

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W8</b>	Elementy teorii stabilności punktów równowagi równań i układów równań różnicowych.	3

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C1</b>	Budowa i analiza modeli związanych z równaniami różniczkowymi pierwszego rzędu typów poznanych na wykładzie.	10
<b>C2</b>	Badanie istnienia i jednoznaczności rozwiązania. Konstrukcja rozwiązania metodą kolejnych przybliżeń.	2
<b>C3</b>	Budowa i analiza modeli związanych z układami liniowymi równań różniczkowych pierwszego rzędu.	8
<b>C4</b>	Budowa i analiza modeli dyskretnych związanych z równaniami i układami liniowymi równań różnicowych pierwszego rzędu.	10

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>K1</b>	Zapoznanie z obsługą wybranego pakietu algebry komputerowej pod kątem wspomaganie teorii równań różniczkowych i różnicowych.	4
<b>K2</b>	Wizualizacja pojęć związanych z równaniami różniczkowymi, m.in. wykresy krzywych całkowych, pola kierunków, rodziny ortogonalne.	2
<b>K3</b>	Porównanie różnych metod numerycznego rozwiązywania problemu początkowego.	4
<b>K4</b>	Projekty przygotowane przez studentów - prezentacja i dyskusja.	5

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams

**N2** Konsultacje. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams

**N3** Zadania tablicowe. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams

**N4** Ćwiczenia laboratoryjne. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams

**N5** Prezentacja. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams

**N6** E-learning. (Platforma Delta).

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	75
Konsultacje przedmiotowe	15
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	50
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
obsługa e-kursu	30
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>180</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	6.00

## 9 SPOSOBY OCENY

Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej nie jest warunkiem koniecznym uzyskania zaliczenia ćwiczeń (ocena P3), ale może podwyższyć ocenę wynikającą z liczby punktów otrzymanych z kolokwium. W sytuacji zdalnego nauczania wszystkie sprawdziany prowadzone są za pośrednictwem platformy Delta i MS Teams.

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Ocena z laboratorium oparta na ocenie sprawdzianu lub projektu indywidualnego/zespołowego.

**F2** Ocena z ćwiczeń oparta na wynikach co najmniej dwóch kolokwium.

**F3** Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej.

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Egzamin pisemny

**P2** Egzamin ustny

**P3** Zaliczenie ćwiczeń (F2 i F3)

**P4** Zaliczenie laboratorium (F1)

**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU**

**W1** Zaliczenie ćwiczeń - minimum 50% wszystkich punktów uzyskanych na kolokwiach, dodatkowe punkty za aktywność czy udział w dyskusji.

**W2** egzamin pisemny i ustny - minimum 50% punktów.

**W3** pozytywna ocena z laboratorium komputerowego.

**OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA**

**B1** dodatkowe punkty za aktywność, czy udział w dyskusji

**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student nie w pełni rozumie i z błędami zna definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie (na podstawie odpowiedzi na trzy wylosowane zagadnienia z podanej listy).
NA OCENĘ 3.5	Student nie w pełni rozumie i z niewielkimi błędami zna definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie i dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na przynajmniej jedno z wylosowanych trzech zagadnień.
NA OCENĘ 4.0	Student nie w pełni rozumie lub z niewielkimi błędami zna definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie i dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na dwa z wylosowanych trzech zagadnień.
NA OCENĘ 4.5	Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami zna i rozumie definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie i dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane pytania.
NA OCENĘ 5.0	Student wyczerpująco i bez błędów zna i rozumie definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie i dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane pytania i pytania dodatkowe związane z wylosowanymi zagadnieniami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student nie w pełni i z błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student nie w pełni i z niewielkimi błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student nie w pełni lub z niewielkimi błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

NA OCENĘ 4.5	Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student wyczerpująco i bez błędów potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student nie w pełni i z błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. i uzyskał przy tym więcej niż 50% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student nie w pełni i z niewielkimi błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student nie w pełni lub z niewielkimi błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student wyczerpująco i bez błędów potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student nie w pełni i z błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych i uzyskał przy tym więcej niż 50% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z testu/projektu na laboratorium.
NA OCENĘ 3.5	Student nie w pełni i z niewielkimi błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z testu/projektu na laboratorium.
NA OCENĘ 4.0	Student nie w pełni lub z niewielkimi błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z testu/projektu na laboratorium.

NA OCENĘ 4.5	Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z testu/projektu na laboratorium.
NA OCENĘ 5.0	Student wyczerpująco i bez błędów potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z testu/projektu na laboratorium.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na wykłady i ćwiczenia. Student wykonuje powierzone zadania indywidualnie - rezygnuje ze współpracy grupowej i fachowych źródeł wiedzy kosztem jakości rozwiązania. Prace studenta cechuje dopuszczalna niedbałość.
NA OCENĘ 3.5	Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na wykłady i ćwiczenia i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej. Student wykonuje powierzone zadania indywidualnie - rezygnuje ze współpracy grupowej i fachowych źródeł wiedzy kosztem jakości rozwiązania. Jego prace są wykonane w sposób staranny.
NA OCENĘ 4.0	Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach. Student wykonuje powierzone zadania indywidualnie, a także stara się nawiązać współpracę grupową i sięga po fachowe źródła wiedzy. Współpraca grupowa oraz fachowa literatura mają ograniczony wpływ na wypracowane rozwiązania. Prace studenta zawierają drobne błędy.
NA OCENĘ 4.5	Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej. Student wykonuje powierzone zadania indywidualnie, a także stara się nawiązać współpracę grupową i sięga po fachowe źródła wiedzy. Student dostrzega zyski płynące ze współpracy grupowej, jednak jego zbyt małe zaangażowanie powoduje drobne błędy w realizacji projektów.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazuje umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej oraz z literatury dodatkowej. Student potrafi rozwiązywać problemy indywidualnie jak i grupowo; korzysta z fachowych źródeł wiedzy; dostrzega zyski płynące ze współpracy grupowej, konsultacji oraz literatury naukowej. Prace studenta cechuje wysoka dbałość o szczegóły.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W01 K_W02 K_W04	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8	N1	P2
EK2	K_W03 K_W05 K_U33 K_U34 K_K06	Cel 1	C1 C2 C3 C4	N2 N3 N6	F2 F3 P1 P3
EK3	K_U01	Cel 1	C1 C2 C3 C4	N2 N3 N6	F2 F3 P1 P3
EK4	K_W16 K_W20	Cel 1	K1 K2 K3 K4	N4 N5 N6	F1 P4
EK5	K_U33 K_U34	Cel 1	C2 C3 C4 K1 K2 K3 K4	N5 N6	F3 P3 P4

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] J. Winnicka, J. Kłopotowski — *Równania różniczkowe zwyczajne*, , 2017, Bel Studio
- [2 ] B. Fałda, L. Gruszecki — *Rachunek różnic skończonych i równania różnicowe w ekonomii*, Lublin, 2017, KUL
- [3 ] A. Palczewski — *Równania różniczkowe zwyczajne, teoria i metody numeryczne z wykorzystaniem komputerowego systemu obliczeń symbolicznych*, Warszawa, 2004, WNT
- [4 ] S. Elaydi — *An introduction to difference equations*, New York, 2005,
- [5 ] M. Gewert, Z. Skoczylas — *Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania.*, , 2001, GIS

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Sylwia Dudek (kontakt: sylwia.dudek@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)