

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2022/2023

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Profil: Praktyczny

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: MS

Stopień studiów: I

Specjalności: Analityka Danych

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Dyskretne układy dynamiczne
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Discrete dynamical systems
KOD PRZEDMIOTU	WiT MS pIS D9 22/23
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty specjalnościowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	5

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
5	30	0	0	30	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie studentów z podstawami teorii układów dynamicznych z czasem dyskretnym i zastosowaniami tych układów do modelowania zjawisk fizycznych, biologicznych i społeczno-ekonomicznych.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie pierwszego roku studiów, podstawy analizy matematycznej i rachunku prawdopodobieństwa.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Zna podstawy metod numerycznych w matematyce i ich zastosowania.

**EK2 Wiedza** Zna podstawowe twierdzenia dotyczące dyskretnych układów dynamicznych i ich zastosowania.

**EK3 Umiejętności** Potrafi stosować poznane pojęcia i metody rachunku różniczkowego i różnicowego do badania ciągłych i dyskretnych układów dynamicznych.

**EK4 Umiejętności** Potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych w zastosowaniach praktycznych.

**EK5 Kompetencje społeczne** Uznaje znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów poznawczych i praktycznych.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Przykłady wprowadzające: ciągi rekurencyjne, twierdzenie Banacha o punkcie stałym, łańcuchy Markowa.	2
<b>W2</b>	Funkcje tworzące i równania różnicowe.	3
<b>W3</b>	Iterowanie odwzorowań. Dyskretne układy dynamiczne i pojęcia służące do ich opisywania: trajektoria, punkt stały, punkt okresowy, zbiór nieimienniczy, stabilność, atraktor, repler itp. Związki z algebrą i równaniami różnicowymi.	4
<b>W4</b>	Podstawowe przykłady: odwzorowania logistyczne, układ Henona, przekształcenie piekarza, funkcje kwadratowe zmiennej zespolonej, automaty komórkowe.	5
<b>W5</b>	Porządek Szarkowskiego. Twierdzenie Szarkowskiego oraz Li-Yorkea.	1
<b>W6</b>	Chaos w sensie Devaney'a.	2
<b>W7</b>	Zastosowania matematyki w modelowaniu zjawisk biologicznych i społecznych: dyskretny model Malthusa, dynamika migracji, efekt Allego, macierze Lesliego.	4
<b>W8</b>	Modelowanie zjawisk ekonomicznych. Łańcuchy Markowa część druga.	3
<b>W9</b>	Wprowadzenie do geometrii fraktalnej, układy iterowanych przekształceń (IFS-y). Klasyczne przykłady: zbiór Cantora, dywan Sierpińskiego, krzywa Kocha. Wymiar fraktalny.	4
<b>W10</b>	Zbiory Julii. Zbiór Mandelbrota. dziwne atraktory.	2

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
K1	Ciągi rekurencyjne praktyczne zadania. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym przykłady. Łańcuchy Markowa w przykładach.	2
K2	Funkcje tworzące, podstawowe wzory. Zastosowania równań różnicowych.	4
K3	Iterowanie odwzorowań, wykresy krabowe. Przykłady dyskretnych układów dynamicznych. Rysowanie trajektorii, szukanie punktu stałego, punktu okresowego, zbioru niezmienniczego, badanie stabilności. Przykłady atraktorów, replerów itp.	4
K4	Zadania związane z odwzorowaniem logistycznym, odpowiednie wykresy wygenerowane komputerowo. Układ Henona w programie Maxima lub Pythonie. Przekształcenie piekarza i jego własności i praktyczne stosowanie. Funkcje kwadratowe zmiennej zespolonej używane do generowania fraktali. Automaty komórkowe w formie gry na papierze. Badanie różnorodności struktur komórkowych przy użytych zasadach generujących automat komórkowy. Korzystanie z aplikacji komputerowych przygotowanych dla automatów komórkowych.	6
K5	Porządek Szarkowskiego. Twierdzenie Szarkowskiego oraz Li-Yorkea, przykłady.	1
K6	Chaos w sensie Devaneya, przykłady.	2
K7	Zastosowania matematyki w modelowaniu zjawisk biologicznych i społecznych: dyskretny model Malthusa, dynamika migracji, efekt Allego, macierze Lesliego, zadania na modelowanie. Badanie znanych przykładów biologicznych.	4
K8	Zadania na modelowanie zjawisk ekonomicznych. Więcej zastosowań łańcuchów Markowa.	3
K9	Geometria fraktalna, układy iterowanych przekształceń (IFS-y), przykłady. Zbiór Cantora, dywan Sierpińskiego, krzywa Kocha, i ich generowanie. Obliczanie wymiaru fraktalnego.	4

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Ćwiczenia projektowe

N4 Konsultacje

N5 Prezentacje multimedialne

N6 E-Learning (platforma Moodle), w przypadku potrzeby zajęć zdalnych MS-TEAMS

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	15
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	25
Opracowanie wyników	25
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	20
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>150</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Oceny za kolejne etapy pracy podczas laboratoriów komputerowych 30% sumarycznej liczby punktów.

**F2** Ocena za pisemne referaty studenckie 30% sumarycznej liczby punktów.

**F3** Ocena za kolokwium 30% sumarycznej liczby punktów.

**F4** Ocena za aktywność i wkład pracy 10% sumarycznej liczby punktów.

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Średnia ważona ocen formujących.

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Ocenę pozytywną otrzymuje się w przypadku zdobycia co najmniej połowy sumarycznej liczby punktów z całego przedmiotu. Konieczna aktywność na wykładzie i laboratoriach także wtedy gdy zajęcia są prowadzone w formie on-line.

### OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

**B1** Ocena prac domowych

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Mniej niż 50% opanowanego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Mniej niż 50% opanowanego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie oddał prac pisemnych dotyczących rachunku różnicowego.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi stosować poznane metody rachunku różniczkowego i różnicowego i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.

NA OCENĘ 3.5	Student potrafi stosować poznane metody rachunku różniczkowego i różnicowego i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi stosować poznane metody rachunku różniczkowego i różnicowego i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi stosować poznane metody rachunku różniczkowego i różnicowego i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi stosować poznane metody rachunku różniczkowego i różnicowego i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie oddał projektów lub prac pisemnych dotyczących budowania i analizy modeli matematycznych.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych i projektów dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student rozumie potrzebę regularnej pracy i systematycznie uczęszczał na zajęcia.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się systematycznością o której mowa w kryterium na ocenę 3. Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy aktywnie uczestniczył w wykładach i ćwiczeniach, a także systematycznie pracuje na platformie e-learningowej.

NA OCENĘ 5.0	Student spełnia warunki, o których mowa w kryterium na ocenę 4. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu poprzez szukanie zastosowań dyskretnych układów dynamicznych oraz sięganie po dodatkowe materiały i literaturę.
--------------	---

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W03 K_W04 K_W08	Cel 1	W1 W2 W7 W9 W10 K1 K2 K3 K4 K7 K8 K9	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 P1
EK2	K_W02 K_W04 K_W05 K_W13 K_W18	Cel 1	W2 W3 W4 W5 W6 W8 W10 K1 K2 K3 K7 K8 K9	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 P1
EK3	K_U01 K_U03 K_U17	Cel 1	W1 W2 W3 W5 W6 W7 K1 K2 K3 K4 K5 K6 K7 K8	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 P1
EK4	K_U01 K_U18	Cel 1	W2 W4 W5 W7 W8 W9 W10 K1 K3 K4 K5 K7 K8 K9	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 P1
EK5	K_K01 K_K02	Cel 1	W5 W6 W7 W8 W9 W10 K5 K6 K7 K8 K9	N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 P1

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] U. Foryś — *Modelowanie matematyczne w biologii i medycynie*, Warszawa, 2011, UW
- [2 ] H.-O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe — *Fraktale: granice chaosu*, Warszawa, 2002, PWN
- [3 ] C. Robinson — *An Introduction to dynamical Systems: Continuous and Discrete*, Upper Saddle River, New Jersey, 2004, Prentice Hall

**LITERATURA DODATKOWA**

- [1 ] **J. Kudrewicz** — *Fraktale i chaos*, Warszawa, 2015, WNT  
[2 ] **M. Martelli** — *Introduction to Discrete Dynamical Systems and Chaos*, -, 1999, John Wiley & Sons  
[3 ] **I. Stewart** — *Czy Bóg gra w kości: nowa matematyka chaosu*, Warszawa, 2001, PWN

**12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH****OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ**

dr Maciej Zakarczemny (kontakt: [mzakarczemny@pk.edu.pl](mailto:mzakarczemny@pk.edu.pl))

**OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT**

1 dr Maciej Zakarczemny (kontakt: [mzakarczemny@pk.edu.pl](mailto:mzakarczemny@pk.edu.pl))

**13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI**

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....