

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2022/2023

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Profil: Praktyczny

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: MS

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Dyskretne układy dynamiczne
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Discrete dynamical systems
KOD PRZEDMIOTU	WiT MS pIS D9 22/23
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty specjalnościowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	5

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
5	30	0	0	30	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie studentów z podstawami teorii układów dynamicznych z czasem dyskretnym i zastosowaniami tych układów do modelowania zjawisk fizycznych, biologicznych i społeczno-ekonomicznych.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie pierwszego roku studiów, podstawy analizy matematycznej.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Zna podstawy metod numerycznych w matematyce i ich zastosowania.

EK2 Wiedza Zna podstawowe twierdzenia dotyczące dyskretnych układów dynamicznych i ich zastosowania.

EK3 Umiejętności Potrafi stosować poznane pojęcia i metody rachunku różniczkowego i różnicowego do badania ciągłych i dyskretnych układów dynamicznych.

EK4 Umiejętności Potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych w zastosowaniach praktycznych.

EK5 Kompetencje społeczne Uznaje znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów poznawczych i praktycznych.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BŁOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
K1	Ciągi rekurencyjne praktyczne zadania. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym przykłady. Łańcuchy Markowa w przykładach.	2
K2	Funkcje tworzące, podstawowe wzory. Zastosowania równań różnicowych.	4
K3	Iterowanie odwzorowań, wykresy krabowe. Przykłady dyskretnych układów dynamicznych. Rysowanie trajektorii, szukanie punktu stałego, punktu okresowego, zbioru nieimienniczego, badanie stabilności. Przykłady atraktorów, replerów itp.	4
K4	Zadania związane z odwzorowaniem logistycznym, odpowiednie wykresy wygenerowane komputerowo. Układ Henona w programie Maxima lub Pythonie. Przekształcenie piekarza i jego własności i praktyczne stosowanie. Funkcje kwadratowe zmiennej zespolonej używane do generowania fraktali. Automaty komórkowe w formie gry na papierze. Badanie różnorodności struktur komórkowych przy użytych zasadach generujących automat komórkowy. Korzystanie z aplikacji komputerowych przygotowanych dla automatów komórkowych.	6
K5	Porządek Szarkowskiego. Twierdzenie Szarkowskiego oraz Li-Yorkea, przykłady.	1
K6	Chaos w sensie Devaneya, przykłady.	2
K7	Zastosowania matematyki w modelowaniu zjawisk biologicznych i społecznych: dyskretny model Malthusa, dynamika migracji, efekt Allego, macierze Lesliego, zadania na modelowanie. Badanie znanych przykładów biologicznych.	4
K8	Zadania na modelowanie zjawisk ekonomicznych. Więcej zastosowań łańcuchów Markowa.	3

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
K9	Geometria fraktalna, układy iterowanych przekształceń (IFS-y), przykłady. Zbiór Cantora, dywan Sierpińskiego, krzywa Kocha, i ich generowanie. Obliczanie wymiaru fraktalnego.	4

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Przykłady wprowadzające: ciągi rekurencyjne, twierdzenie Banacha o punkcie stałym, łańcuchy Markowa.	2
W2	Funkcje tworzące i równania różnicowe.	3
W3	Iterowanie odwzorowań. Dyskretne układy dynamiczne i pojęcia służące do ich opisywania: trajektoria, punkt stały, punkt okresowy, zbiór niezmienniczy, stabilność, atraktor, repler itp. Związki z algebrą i równaniami różnicowymi.	4
W4	Podstawowe przykłady: odwzorowania logistyczne, układ Henona, przekształcenie piekarza, funkcje kwadratowe zmiennej zespolonej, automaty komórkowe.	5
W5	Porządek Szarkowskiego. Twierdzenie Szarkowskiego oraz Li-Yorkea.	1
W6	Chaos w sensie Devaney'a.	2
W7	Zastosowania matematyki w modelowaniu zjawisk biologicznych i społecznych: dyskretny model Malthusa, dynamika migracji, efekt Allego, macierze Lesliego.	4
W8	Modelowanie zjawisk ekonomicznych. Łańcuchy Markowa część druga.	3
W9	Wprowadzenie do geometrii fraktalnej, układy iterowanych przekształceń (IFS-y). Klasyczne przykłady: zbiór Cantora, dywan Sierpińskiego, krzywa Kocha. Wymiar fraktalny.	4
W10	Zbiory Julii. Zbiór Mandelbrota. dziwne atraktory.	2

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Ćwiczenia projektowe

N4 Konsultacje

N5 Prezentacje multimedialne

N6 E-Learning (platforma Moodle), w przypadku potrzeby zajęć zdalnych MS-TEAMS

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	15
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	25
Opracowanie wyników	25
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	20
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	150
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Oceny za kolejne etapy pracy podczas laboratoriów komputerowych 30% sumarycznej liczby punktów.

F2 Ocena za pisemne referaty studenckie 30% sumarycznej liczby punktów.

F3 Ocena za kolokwium 30% sumarycznej liczby punktów.

F4 Ocena za aktywność i wkład pracy 10% sumarycznej liczby punktów.

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Średnia ważona ocen formujących.

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Ocenę pozytywną otrzymuje się w przypadku zdobycia co najmniej połowy sumarycznej liczby punktów z całego przedmiotu. Konieczna aktywność na wykładzie i laboratoriach także wtedy gdy zajęcia są prowadzone w formie on-line.

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

B1 Ocena prac domowych

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Mniej niż 50% opanowanego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Mniej niż 50% opanowanego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie oddał prac pisemnych dotyczących rachunku różnicowego.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi stosować poznane metody rachunku różniczkowego i różnicowego i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.

NA OCENĘ 3.5	Student potrafi stosować poznane metody rachunku różniczkowego i różnicowego i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi stosować poznane metody rachunku różniczkowego i różnicowego i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi stosować poznane metody rachunku różniczkowego i różnicowego i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi stosować poznane metody rachunku różniczkowego i różnicowego i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie oddał projektów lub prac pisemnych dotyczących budowania i analizy modeli matematycznych.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych i projektów dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z prac pisemnych dotyczących tego zagadnienia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student rozumie potrzebę regularnej pracy i systematycznie uczęszczał na zajęcia.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się systematycznością o której mowa w kryterium na ocenę 3. Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy aktywnie uczestniczył w wykładach i ćwiczeniach, a także systematycznie pracuje na platformie e-learningowej.

NA OCENĘ 5.0	Student spełnia warunki, o których mowa w kryterium na ocenę 4. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu poprzez szukanie zastosowań dyskretnych układów dynamicznych oraz sięganie po dodatkowe materiały i literaturę.
--------------	---

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W03 K_W04 K_W08	Cel 1	K1 K2 K3 K4 K7 K8 K9 W1 W2 W7 W9 W10	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 P1
EK2	K_W02 K_W04 K_W05 K_W13 K_W18	Cel 1	K1 K2 K3 K7 K8 K9 W2 W3 W4 W5 W6 W8 W10	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 P1
EK3	K_U01 K_U03 K_U17	Cel 1	K1 K2 K3 K4 K5 K6 K7 K8 W1 W2 W3 W5 W6 W7	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 P1
EK4	K_U01 K_U18	Cel 1	K1 K3 K4 K5 K7 K8 K9 W2 W4 W5 W7 W8 W9 W10	N1 N2 N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 P1
EK5	K_K01 K_K02	Cel 1	K5 K6 K7 K8 K9 W5 W6 W7 W8 W9 W10	N3 N4 N5 N6	F1 F2 F3 F4 P1

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | U. Foryś — *Modelowanie matematyczne w biologii i medycynie*, Warszawa, 2011, UW
- [2] | H.-O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe — *Fraktale: granice chaosu*, Warszawa, 2002, PWN
- [3] | C. Robinson — *An Introduction to dynamical Systems: Continuous and Discrete*, Upper Saddle River, New Jersey, 2004, Prentice Hall

LITERATURA DODATKOWA

- [1] | **J. Kudrewicz** — *Fraktale i chaos*, Warszawa, 2015, WNT
- [2] | **M. Martelli** — *Introduction to Discrete Dynamical Systems and Chaos*, -, 1999, John Wiley & Sons
- [3] | **I. Stewart** — *Czy Bóg gra w kości: nowa matematyka chaosu*, Warszawa, 2001, PWN

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH**OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ**

dr Maciej Zakarczemny (kontakt: mzakarczemny@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Maciej Zakarczemny (kontakt: mzakarczemny@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....