

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2022/2023

Wydział Inżynierii Lądowej

Kierunek studiów: Budownictwo

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: BUD

Stopień studiów: II

Specjalności: Infrastruktura drogowa i kolejowa (profil: Drogi samochodowe)

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Teoria sprężystości i plastyczności
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Theory of Elasticity and Plasticity
KOD PRZEDMIOTU	WIL BUD oIIS C5 22/23
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	3.00
SEMESTRY	1

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA AUDYTORYJNE	LABORATORIA	LABORATORIA KOMPUTERO- WE	PROJEKTY	SEMINARIUM
1	30	0	0	0	15	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Wprowadzenie podstawowych pojęć mechaniki ośrodków ciągłych związanych z materialnym i przestrzennym opisem ruchu ośrodka ciągłego w zakresie kinematyki i dynamiki ciał odkształcalnych oraz związków konstytutywnych. Sformułowanie zagadnienia brzegowego nieliniowej teorii sprężystości i sprecyzowanie warunków pozwalających na jego linearyzację.

**Cel 2** Przedstawienie zagadnienia brzegowej liniowej teorii sprężystości i wybranych metod jego rozwiązywania bazujących zarówno na sformułowaniu lokalnym (różniczkowym) jak i globalnym (wariacyjnym) wraz z odniesieniem do Metody Elementów Skończonych.

**Cel 3** Zapoznanie się z wybranymi zagadnieniami liniowej teorii sprężystości oraz metodami ich rozwiązywania.

**Cel 4** Zapoznanie z klasycznymi warunkami plastyczności oraz wyidealizowanymi modelami zachowania się ciał plastycznych. Omówienie wybranych zagadnień nośności plastycznej elementów konstrukcyjnych oraz konstrukcji.

**Cel 5** Przygotowanie studenta do pracy naukowej.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Podstawowe umiejętności z zakresu rachunku różniczkowo-całkowego - obliczanie pochodnych funkcji jednej i wielu zmiennych, całek oznaczonych i nieoznaczonych funkcji jednej zmiennej, całek krzywoliniowych, całek wielokrotnych.

2 Podstawowe umiejętności z zakresu rachunku macierzowego - działania na macierzach, obliczanie wyznaczników, zagadnienie własne.

3 Wiedza z zakresu klasycznych zasad dynamiki punktu materialnego i bryły sztywnej.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student formułuje problem brzegowy nieliniowej teorii sprężystości w opisie materialnym i przestrzennym, definiuje i objaśnia fizyczny sens użytych w tym sformułowaniu różnych miar deformacji i naprężeń.

**EK2 Umiejętności** Dla zadanej deformacji student potrafi w obu opisach wyznaczyć stosowne miary deformacji i naprężeń.

**EK3 Wiedza** Student formułuje problem brzegowy liniowej teorii sprężystości, analizuje strukturę matematyczną otrzymanego kompletu równań i objaśnia wybrane ściśle i przybliżone metody jego rozwiązywania.

**EK4 Umiejętności** Student wykorzystuje klasyczne rozwiązania liniowej teorii sprężystości do modelowania i rozwiązywania zagadnień deformacji ciał odkształcalnych.

**EK5 Wiedza** Student definiuje podstawowe pojęcia liniowej teorii plastyczności.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Wprowadzenie do mechaniki ciał odkształcalnych, wstępna charakterystyka zjawisk sprężystych, plastycznych i reologicznych. Wprowadzenie do kinematyki - wektory przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia, wektor obrotu. Opis materialny i przestrzenny ruchu ciał odkształcalnych.	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W2</b>	Kinematyka ciał odkształcalnych - gradient przemieszczenia i jego rozkład biegunowy, tensory rozciągnięcia, tensor obrotu, tensory deformacji i tensory odkształcenia w opisie materialnym i przestrzennym. Linearyzacja geometryczna, tensory małych odkształceń i małych obrotów. Interpretacja składowych tensora małych odkształceń. Zmiana długości krzywej materialnej, zmiana pola powierzchni oraz zmiana objętości po deformacji.	6
<b>W3</b>	Masa i gęstość masy, zasada zachowania masy i równanie ciągłości masy. Siły zewnętrzne powierzchniowe i objętościowe, wewnętrzne siły powierzchniowe, wektor naprężenia. Warunki czworościanu. Tensorowe miary stanu naprężenia. Zasady dynamiki dla ciała odkształcalnego, równania ruchu w opisie materialnym i przestrzennym	5
<b>W4</b>	Związki konstytutywne. Postulaty materiałowe. Materiał sprężysty, materiał hipersprężysty. Izotropia, anizotropia, jednorodność, niejednorodność. Izotropowy materiał hipersprężysty. Materiał Hooke'a.	2
<b>W5</b>	Liniowa teoria sprężystości. Równania Lamgo, równania Beltramiego-Michella. Płaski stan naprężenia i płaski stan odkształcenia. Tarcze sprężyste. Funkcja Airy'ego. Twierdzenie Lvy'ego. Warunki brzegowe dla funkcji Airy'ego. Zagadnienia płaskie w układzie współrzędnych biegunowych, rozwiązanie Michella.	5
<b>W6</b>	Wybrane zagadnienia liniowej teorii sprężystości. Zagadnienie podstawowe liniowej teorii sprężystości, siła skupiona w przestrzeni sprężystej (zagadnienie Kelvina). Zagadnienie osiowo-symetryczne (zagadnienie Lamgo). Zagadnienie klina sprężystego i półpłaszczyzny sprężystej (zagadnienie Flamanta).	4
<b>W7</b>	Metody wariacyjne w teorii sprężystości. Zasada przemieszczeń wirtualnych, twierdzenie Lagrange'a, zasada naprężeń wirtualnych, twierdzenie Castigliano. Zasada wzajemności Bettiego-Maxwella. Metoda Galerkina w zastosowaniu do sformułowania wariacyjnego - Metoda Elementów Skończonych.	4
<b>W8</b>	Warunki plastyczności Coulomba-Tresca-Guesta, Hubera-Misesa-Hencky'ego, Burzyńskiego. Powierzchnia plastyczności oraz postulaty Druckera. Procesy czynne i bierne, charakterystyka procesu odciążenia. Teoria Hencky'ego-Iliuszyna. Teorie Lvy'ego-Misesa oraz Prandtla-Reussa. Wzmocnienie plastyczne (kinematyczne i izotropowe) i efekt Bauschingera.	2

PROJEKTY		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>P1</b>	Przestrzenny i materialny opis deformacji. Gradient deformacji i jego rozkład biegunowy. Zagadnienie własne dla macierzy 3x3 oraz 2x2	3
<b>P2</b>	Miary deformacji w opisie materialnym i przestrzennym. Zmiana długości krzywej materialnej, zmiana pola powierzchni po odkształceniu.	3

PROJEKTY		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>P3</b>	Miary naprężenia. Wyznaczanie stanu naprężenia oraz odtworzenie obciążenia masowego i brzegowego dla zadanej deformacji	3
<b>P4</b>	Zastosowanie rozwiązań klasycznych zagadnień liniowej teorii sprężystości.	2
<b>P5</b>	Rozwiązanie tarczy sprężystej Metodą Różnic Skończonych	2
<b>P6</b>	Wyznaczenie nośności plastycznej przekroju rozciąganego, przekroju zginanego, przekroju skręcanego, rury grubościennej.	2

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Konsultacje

N4 Ćwiczenia projektowe

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	45
Konsultacje przedmiotowe	4
Egzaminy i zaliczenia w sesji	3
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	10
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	25
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>87</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	3.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Projekt indywidualny

F2 Projekt zespołowy

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Zaliczenie pisemne

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Warunkiem zaliczenia jest uzyskanie pozytywnej oceny z każdego efektu kształcenia.

W2 Warunkiem zaliczenia jest oddanie i zaliczenie wydanych ćwiczeń projektowych.

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 3.0	Student formułuje problem brzegowy nieliniowej teorii sprężystości w opisie materialnym i przestrzennym, definiuje wielkości fizyczne użyte w każdym z opisów oraz przedstawia warunki jego linearyzacji.
NA OCENĘ 4.0	Student spełnia kryterium na ocenę 3.0 a ponadto wypowiada i objaśnia poznane postulaty i twierdzenia z zakresu kinematyki, dynamiki i teorii równań konstytutywnych mechaniki ośrodków ciągłych.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia kryterium na ocenę 4.0 a ponadto przedstawia koncepcję dowodów podstawowych twierdzeń mechaniki ośrodków ciągłych oraz wyprowadzeń poznanych zależności, objaśnia sens fizyczny takich pojęć jak pochodna materialna, biegunowy rozkład gradientu deformacji, objaśnia różnicę między wektorem i tensorem naprężenia Cauchyego a wektorami i tensorami naprężenia Pioli-Kirchhoffa
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi dla zadanych funkcji ruchu ośrodka ciągłego wyznaczyć gradient deformacji i dokonać jego biegunowego rozkładu oraz wyznaczyć tensory deformacji, odkształcenia i wektor przemieszczenia w opisie materialnym i przestrzennym.
NA OCENĘ 4.0	Student spełnia kryterium na ocenę 3.0 a ponadto dla zadanej deformacji i związków fizycznych potrafi wyznaczyć tensory naprężenia Cauchyego i Pioli-Kirchhoffa 1 i 2 rodzaju, wektor obciążenia masowego oraz obciążenie brzegu.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia kryterium na ocenę 4.0 a ponadto potrafi dla zadanej deformacji wyznaczyć zmianę objętości, pola powierzchni i długości łuku krzywej.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	

NA OCENĘ 3.0	Student formułuje statyczny problem brzegowy liniowej teorii sprężystości, definiuje użyte wielkości fizyczne, objaśnia strukturę matematyczną układu równań, oraz przedstawia zagadnienie brzegowe w przypadku dwuwymiarowym (płaski stan naprężenia i płaski stan odkształcenia).
NA OCENĘ 4.0	Student spełnia kryterium na ocenę 3.0 a ponadto definiuje kinematycznie dopuszczalne pole przemieszczeń i statycznie dopuszczalne pole naprężeń, objaśnia poznane metody półodwrotne rozwiązywania zagadnienia brzegowego liniowej teorii sprężystości. Student zna charakterystykę rozwiązania zagadnienia brzegowego przy użyciu równań Lamgo oraz równań Beltrami-Michella.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia kryterium na ocenę 4.0 a ponadto przedstawia poznane zasady wariacyjne i twierdzenia energetyczne liniowej teorii sprężystości oraz ich związek z Metodą Elementów Skończonych. Student objaśnia sens funkcji Greena w zagadnieniach liniowej teorii sprężystości na przykładzie rozwiązania Flamanta lub rozwiązania Kelvina lub innych poznanych rozwiązań.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi postawić zagadnienia: Kelvina, Boussinesqa, Cerrutiego, Flamanta, Hertza, Lamgo i Kirscha.
NA OCENĘ 4.0	Student spełnia kryterium na ocenę 3.0, a ponadto potrafi zidentyfikować problemy projektowe, których rozwiązanie znajduje się za pomocą wspomnianych zagadnień.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia kryterium na ocenę 4.0, a ponadto potrafi zastosować zasadę superpozycji oraz metodę funkcji Greena do znanych klasycznych rozwiązań liniowej teorii sprężystości.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi zdefiniować warunki plastyczności Coulomba-Tresca-Guesta, Hubera-Misesa-Hencky'ego i naszkicować powierzchnię płynięcia dla każdego z tych warunków.
NA OCENĘ 4.0	Student spełnia kryterium na ocenę 3.0 a ponadto potrafi zdefiniować warunek plastyczności Burzyńskiego, przedstawić postulaty Druckera oraz objaśnić sens procesów czynnych, procesów biernych, procesu odciążenia.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia kryterium na ocenę 4.0 a ponadto potrafi objaśnić sens zjawisk wzmocnienia plastycznego i efektu Bauschingera, a także potrafi przedstawić związki fizyczne w teoriach Hencky'ego-Iliuszyna, Lvy'ego-Misesa oraz Prandtla-Reussa.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1		Cel 1 Cel 5	w1 w2 w3 w4	N1 N2 N3 N4	P1
EK2		Cel 1	p1 p2 p3	N1 N2 N3 N4	F1 P1
EK3		Cel 2 Cel 5	w1 w2 w3 w4 w5 w7	N1 N2 N3 N4	P1
EK4		Cel 3 Cel 5	w6 p4	N1 N2 N3 N4	F2
EK5		Cel 4 Cel 5	w8 p6	N1 N2 N3 N4	P1

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **Paweł Szeptyński** — *Teoria sprężystości*, , 0,
- [2 ] **Marian Paluch** — *Podstawy teorii sprężystości i plastyczności z przykładami.*, Kraków, 2006, Wydawnictwo PK
- [3 ] **Janina Ostrowska-Maciejewska** — *Mechanika ciał odkształcalnych*, Warszawa, 1994, PWN

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] **Jacek Skrzypek** — *Plastyczność i pełzanie. Teoria, zastosowania, zadania.*, Warszawa, 1986, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr hab. inż. prof. PK Dorota Jasińska (kontakt: [djasinska@pk.edu.pl](mailto:djasinska@pk.edu.pl))

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 dr inż. Paweł Szeptyński (kontakt: [pszeptynski@pk.edu.pl](mailto:pszeptynski@pk.edu.pl))
- 2 prof. dr hab. inż. Leszek Mikulski (kontakt: [mikul@pk.edu.pl](mailto:mikul@pk.edu.pl))
- 3 dr hab. inż., prof. PK Dorota Jasińska (kontakt: [djasinska@pk.edu.pl](mailto:djasinska@pk.edu.pl))
- 4 dr inż. Nadzieja Jurkowska (kontakt: [nadzieja.jurkowska@pk.edu.pl](mailto:nadzieja.jurkowska@pk.edu.pl))
- 5 dr inż. Dorota Kropiowska (kontakt: [dkropiowska@pk.edu.pl](mailto:dkropiowska@pk.edu.pl))
- 6 dr inż. Anna Stręk (kontakt: [anna.strek@pk.edu.pl](mailto:anna.strek@pk.edu.pl))
- 7 dr inż. Marian Świerczek (kontakt: [mswierczek@pk.edu.pl](mailto:mswierczek@pk.edu.pl))
- 8 mgr inż. Olga Dąbrowska (kontakt: [olga.dabrowska@pk.edu.pl](mailto:olga.dabrowska@pk.edu.pl))



## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....