

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne, Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Dyskretnie układy dynamiczne
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	An introduction to discrete dynamical systems
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIS C17 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	5

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
5	30	20	0	0	0	10

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie studentów z podstawami teorii układów dynamicznych z czasem dyskretnym i zastosowaniami tych układów do modelowania zjawisk fizycznych, biologicznych i społeczno-ekonomicznych.

Cel 2 Nauka praktycznego zastosowania wiedzy zdobytej na studiach i pomocy naukowych (w tym komputerów i oprogramowania) w rozwiązywaniu konkretnych problemów, których elementem jest dynamiczna zmiana w czasie.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- 1 Podstawy analizy matematycznej, podstawy rachunku prawdopodobieństwa. Znajomość języka angielskiego w stopniu umożliwiającym studiowanie literatury i uczestnictwo w zajęciach.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Zna podstawy metod numerycznych w matematyce i ich zastosowania.

EK2 Wiedza Zna podstawowe twierdzenia dotyczące dyskretnych układów dynamicznych i ich zastosowania.

EK3 Umiejętności Potrafi stosować poznane pojęcia i metody rachunku różniczkowego i różnicowego do badania ciągłych i dyskretnych układów dynamicznych.

EK4 Umiejętności Potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych w zastosowaniach praktycznych.

EK5 Kompetencje społeczne Uznaje znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów poznawczych i praktycznych.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Zastosowania matematyki w modelowaniu zjawisk biologicznych i społecznych. Dyskretny model Malthusa, macierze Lesliego.	2
C2	Macierz przejścia, topologia, ciągłość w przestrzeniach topologicznych, sigma ciało, przestrzenie mierzalne, miara probabilistyczna, zmienna losowa, metryka, przestrzeń metryczna, dyfeomorfizm.	2
C3	Ciąg Cauchy'ego. Przestrzeń metryczna zupełna. Odwzorowanie zwężające. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym.	2
C4	Rachunek różnicowy i sumacyjny, rekurencje.	3
C5	Automaty komórkowe w formie gry na papierze. Badanie różnorodności struktur komórkowych przy użytych zasadach generujących automat komórkowy. Korzystanie z aplikacji komputerowych przygotowanych dla automatów komórkowych.	2
C6	Układ Henona w programie Maxima lub Pythonie. Przekształcenie piekarza i jego własności i praktyczne zastosowanie.	2
C7	Zadania związane z odwzorowaniem logistycznym, wykresy pajęczynowe. Program: Logistic Function Cobweb Diagram - Desmos.	2
C8	Funkcje kwadratowe zmiennej zespolonej używane do generowania fraktali.	1
C9	Geometria fraktalna, układy iterowanych przekształceń (IFS-y), przykłady. Zbiór Cantora, dywan Sierpińskiego, krzywa Kocha i ich generowanie.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C10	Obliczanie wymiaru fraktalnego.	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Wprowadzenie podstawowych pojęć, układ dynamiczny. Model ciągły i model dyskretny na przykładzie modelu pojedynczej populacji, biomatematyka. Zastosowania matematyki w modelowaniu zjawisk biologicznych i społecznych. Dyskretny model Malthusa, macierze Lesliego.	2
W2	Elementy algebry liniowej, macierz, macierz przejścia. Definicja topologii, ciągłości w przestrzeniach topologicznych. Definicja sigma ciała, przestrzenie mierzalne. Definicja przestrzeni probabilistycznej, miara probabilistyczna. Elementy rachunku prawdopodobieństwa, zmienna losowa. Definicja przestrzeni metrycznej. Definicja rozmierności, dyfeomorfizmu.	3
W3	Topologiczny układ dynamiczny, metryczny układ dynamiczny, gładki układ dynamiczny.	1
W4	Ciąg Cauchy'ego. Przestrzeń metryczna zupełna. Odwzorowanie zwężające. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym. Porządek Szarkowskiego. Twierdzenie Szarkowskiego oraz Li-Yorkea.	3
W5	Algebra i równania różnicowe. Rozwiązywanie niejednorodnej kongruencji liniowej. Kasoratian i liniowa niezależność rozwiązań rekurencji. Rachunek sumacyjny i różnicowy, różnica, suma nieoznaczona i suma oznaczona.	3
W6	Dyskretny układ dynamiczny i pojęcia służące do ich opisywania: iterowanie odwzorowań, trajektoria, punkt stały, punkt okresowy, zbiór nieimienniczy, atraktor, repler.	2
W7	Ciągłe i stochastyczne układy dynamiczne. Teoria ergodyczna. Pojęcie miary, twierdzenie Birkhoffa. Podstawowe przykłady: układ Henona, przekształcenie piekarza, dziwne atraktory.	2
W8	Odwzorowanie logistyczne, punkty stałe, orbity, trajektorie chaotyczne, asymptotyczna stabilność, bifurkacja, stała Feigenbauma, wykładnik Lapunowa. Chaos w sensie Devaney.	4
W9	Łańcuchy Markowa.	3
W10	Funkcje kwadratowe zmiennej zespolonej i zbiór Mandelbrota, zbiory Julii.	2
W11	Wprowadzenie do geometrii fraktalnej, układy iterowanych przekształceń (IFS-y). Klasyczne przykłady: zbiór Cantora, dywan Sierpińskiego, krzywa Kocha.	2
W12	Teoria wymiaru, wymiar euklidesowy, topologiczny, fraktalny, samopodobieństwa, cyrkłowy, pojemnościowy, pudełkowy, Hausdorfa.	3

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN

PROJEKT		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
P1	Układ topologiczny na skończonym zbiorze. Przykład topologii na zbiorze skończonym Funkcja ciągła, trajektorie. Przykład wybrany przez studenta i oparty na elementach z życia codziennego.	1
P2	Automaty komórkowe, gra w życie, warunki brzegowe, oscylatory, statki, struktury nieśmiertelne w grze w życie, własne struktury zaproponowane przez studentów.	1
P3	Rekurencje, własności ciągu Fibonacciego. Praca nad dowodami twierdzeń, o ciągu Fibonacciego.	1
P4	Przybliżanie funkcji liczbowej przy pomocy rachunku różnicowego, porównanie z przybliżeniem jakie można otrzymać z szeregów Taylora. Szacowanie sum funkcji liczbowych przy pomocy rachunku sumacyjnego i różnicowego.	2
P5	Łańcuchy Markowa, zastosowanie w rekompozycji utworów muzycznych. Program MuseScore - zaawansowany, darmowy edytor nut.	2
P6	Teoria ergodyczna, atraktory, układ Henona w programie Maxima (program komputerowy typu CAS systemów algebry komputerowej).	1
P7	System Funkcji Iterowanych (IFS), trójwymiarowe struktury IFS, oraz dwuwymiarowe struktury fraktalne w grafice żółwia.	1
P8	Praktyczne liczenie wymiaru fraktalnego.	1

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Ćwiczenia projektowe

N4 Konsultacje

N6 Prezentacje multimedialne

N7 E-Learning (platforma Moodle), w przypadku potrzeby zajęć zdalnych MS-TEAMS

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	5
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	25
Opracowanie wyników	20
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	30
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	150
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

9 SPOSOBY OCENY

Zaliczenie kolejnych etapów pracy w laboratorium, kolokwia, przygotowanie referatów studenckich, projektów w wersji pisemnej.

OCENA FORMUJĄCA

F1 oceny za kolejne etapy pracy na ćwiczeniach w tym prace domowe 40%

F2 ocena za pisemne referaty studenckie, projekty 40%

F3 ocena za kolokwia i kartkówki 10%

F4 ocena za aktywność i wkład pracy 10%

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Średnia ważona ocen formujących

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Minimum połowa sumarycznej liczby punktów z całego przedmiotu.

W2 Spełnienie warunku obecności na zajęciach.

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

B1 Ocena prac domowych

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Mniej niż 50% opanowanego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Mniej niż 50% opanowanego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Mniej niż 50% opanowanego materiału.

NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Mniej niż 50% opanowanego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student rozumie potrzebę regularnej pracy i systematycznie uczęszczał na zajęcia.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się systematycznością, o której mowa w kryterium na ocenę 3, oraz wyróżnia się dodatkowo.

NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się systematycznością, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5. Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach, a także systematycznie pracuje na platformie e-learningowej.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się systematycznością i aktywnością, o której mowa w kryterium na ocenę 4, oraz wyróżnia się dodatkowo.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia warunki, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu poprzez szukanie zastosowań dyskretnych układów dynamicznych oraz sięganie po dodatkowe materiały i literaturę.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W03 K_W04 K_W08	Cel 1 Cel 2	C1 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 W4 W5 W6 W7 W8 W10 W11 W12 P2 P4 P5 P6 P7 P8	N1 N3 N4 N6 N7	F1 F2 F3 F4 P1
EK2	K_W02 K_W04 K_W05	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 P3 P4 P6 P7	N1 N2 N4 N6 N7	F1 F2 F3 F4 P1
EK3	K_U01 K_U03 K_U15	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C6 C7 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 P1 P4	N1 N2 N3 N4 N6 N7	F1 F2 F3 F4 P1
EK4	K_U01 K_U18 K_U28	Cel 1 Cel 2	C1 C4 C5 C6 C7 C9 C10 W1 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W12 P1 P2 P4 P5 P6 P7 P8	N1 N2 N3 N4 N6 N7	F1 F2 F3 F4 P1

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK5	K_K01 K_K02	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8	N1 N2 N3 N4 N6 N7	F1 F2 F3 F4 P1

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | U. Foryś — *Modelowanie matematyczne w biologii i medycynie*, Warszawa, 2011, Uniwersytet Warszawski
- [2] | H.O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe — *Fraktale: granice chaosu*, Warszawa, 2002, PWN
- [3] | C. Robinson — *An Introduction to dynamical Systems: Continuous and Discrete*, USA, 2012, AMS

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Maciej Zakarczemny (kontakt: mzakarczemny@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)