

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne, Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Wstęp do analizy matematycznej
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Precalculus
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIS C1 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	10.00
SEMESTRY	1

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
1	60	60	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości ze szkoły średniej dotyczących funkcji elementarnych oraz udoskonalenie biegłości w rozwiązywaniu równań i nierówności wykładniczych, logarytmicznych, trygonometrycznych i cyklometrycznych.

Cel 2 Wprowadzenie i zapoznanie studenta z pojęciem zbieżności na podstawie ciągów i szeregów liczbowych oraz funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Znajomość matematyki na poziomie egzaminu maturalnego.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna definicje oraz twierdzenia dotyczące zbieżności ciągów i szeregów liczbowych oraz funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej. Student zna definicję i podstawowe własności funkcji ciągłych.

EK2 Umiejętności Student potrafi spojrzeć kompleksowo na wprowadzoną teorię zbieżności, umie stosować poznane twierdzenia rozwiązując zadania przekrojowe dotyczące sprawdzania zbieżności ciągów i szeregów liczbowych, wyznaczania i zastosowania granicy funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej.

EK3 Umiejętności Student potrafi określić i wykorzystać podstawowe własności funkcji elementarnych do sprawdzania tożsamości oraz rozwiązywania równań i nierówności, w których one występują. Student umie rozwiązywać zadania cząstkowe dotyczące własności i zbieżności ciągów i szeregów liczbowych oraz granicy funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej.

EK4 Kompetencje społeczne Student rozumie potrzebę dalszego kształcenia. Student rozpoznaje braki w swojej wiedzy i próbuje je uzupełniać uczestnicząc aktywnie w zajęciach oraz pracując z materiałami dodatkowymi umieszczonymi na platformie e-learningowej i korzystając z literatury.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Rozwiązywanie równań i nierówności, w których występują funkcje wymierne, potęgowe, wykładnicze, logarytmiczne (w tym wykonywanie działań na potęgach i logarytmach).	6
C2	Określanie dziedziny i zbioru wartości, rysowanie wykresu funkcji oraz składanie odwzorowań na przykładzie funkcji cyklometrycznych i trygonometrycznych. Dowodzenie tożsamości trygonometrycznych i cyklometrycznych, rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych.	6
C3	Sprawdzanie, czy ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny. Wyznaczanie sum częściowych wyrazów tych ciągów. Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągów arytmetycznych i geometrycznych. Badanie monotoniczności i ograniczoności ciągów liczbowych.	4
C4	Badanie zbieżności ciągów liczbowych z definicji; badanie rozbieżności do nieskończoności z definicji. Liczenie granic ciągów liczbowych przy użyciu poznanych twierdzeń i granic specjalnych. Dowodzenie prostych własności dotyczących ciągów zbieżnych.	8
C5	Wyznaczanie punktów skupienia ciągu liczbowego oraz jego granicy dolnej i górnej. Sprawdzanie, czy ciąg liczbowy spełnia warunek Cauchy'ego.	4
C6	Wyznaczanie sumy częściowej szeregu i jej granicy, a następnie określanie na tej podstawie zbieżności szeregu. Sprawdzanie warunku koniecznego zbieżności szeregu.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C7	Badanie zbieżności szeregów liczbowych o wyrazach nieujemnych przy pomocy poznanych na wykładzie kryteriów.	6
C8	Badanie zbieżności szeregów o wyrazach dowolnego znaku ze szczególnym uwzględnieniem szeregów naprzemiennych i kryterium Leibniza. Określanie zbieżności bezwzględnej i warunkowej szeregów.	6
C9	Przykłady ilustrujące twierdzenie Riemanna. Wyznaczanie iloczynu Cauchy'ego szeregów.	2
C10	Badanie istnienia granicy funkcji w punkcie i w nieskończoności. Wyznaczanie granic funkcji przy użyciu poznanych twierdzeń.	6
C11	Wyznaczanie asymptot wykresu funkcji zmiennej rzeczywistej. Szkicowanie wykresów funkcji na podstawie wyznaczonych asymptot.	4
C12	Sprawdzanie ciągłości funkcji. Wyznaczanie punktów nieciągłości i określanie ich rodzaju. Zastosowania własności Darboux i twierdzenia Weierstrassa o przyjmowaniu kresów	6

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości ze szkoły średniej: elementarne pojęcia teorii zbiorów; zbiory liczb; kresy zbiorów - definicja i własności. Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości dotyczących potęgi o wykładniku naturalnym, całkowitym, wymiernym i (informacyjnie) rzeczywistym; powtórzenie i uzupełnienie wiadomości o logarytmach i prawach rachunku logarytmów. Pojęcie funkcji zmiennej rzeczywistej o wartościach rzeczywistych i jej ogólne własności - monotoniczność, ograniczoność, okresowość, parzystość i nieparzystość, iniekcja, suriekcja, bijekcja. Funkcje elementarne i ich podstawowe własności.	12
W2	Ciągi liczbowe: definicja i przykłady, w szczególności przypomnienie pojęcia ciągu arytmetycznego i geometrycznego oraz ich własności. Ciąg ograniczony: definicja i przykłady; supremum i infimum ciągu. Ciąg monotoniczny: definicja i przykłady.	4
W3	Granica właściwa ciągu liczbowego: definicja, przykłady; podstawowe własności ciągu zbieżnego. Granica niewłaściwa ciągu liczbowego i jej własności.	4
W4	Podstawowe twierdzenia rachunku granic (arytmetyka granic ciągów). Twierdzenie o trzech ciągach. Twierdzenie o ciągu monotonicznym i ograniczonym. Granice specjalne. Podciąg ciągu liczbowego, punkty skupienia ciągu, granica górna i dolna ciągu, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa o podciągu ciągu ograniczonego.	6
W5	Ciąg Cauchy'ego: definicja i przykłady. Zupełność prostej rzeczywistej.	2
W6	Szeregi liczbowe i ich zbieżność: definicja i przykłady. Warunek Cauchy'ego i warunek konieczny zbieżności. Operacje na szeregach.	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W7	Szeregi o wyrazach nieujemnych, kryteria zbieżności: porównawcze, graniczne, Cauchy'ego, d'Alemberta, Raabego; kryterium Cauchy'ego o zagęszczaniu; Kryterium zbieżności szeregu harmonicznego rzędu p .	6
W8	Szeregi o wyrazach dowolnych znaków, kryteria zbieżności: Dirichleta, Leibniza, Abela. Zbieżność bezwzględna i jej związek ze zbieżnością. Prawo łączności dla szeregów. Zbieżność bezwarunkowa; twierdzenie o zbieżności bezwzględnej i bezwarunkowej szeregów; twierdzenie Riemanna.	6
W9	Iloczyn Cauchy'ego szeregów. Twierdzenie Mertensa.	2
W10	Definicja granicy funkcji w punkcie w sensie Cauchy'ego i Heinego i ich równoważność; granica funkcji w nieskończoności; granice jednostronne i ich związek z granicą funkcji; granice niewłaściwe.	2
W11	Własności granicy funkcji; twierdzenie o trzech funkcjach; arytmetyka granic funkcji. Granice specjalne. Asymptoty wykresu funkcji.	5
W12	Definicja funkcji ciągłej; twierdzenia o ciągłości sumy, iloczynu, ilorazu i złożenia funkcji ciągłych. Rodzaje nieciągłości.	2
W13	Twierdzenia Weierstrassa o ograniczoności funkcji ciągłej i o osiągnięciu kresów. Własność Darboux. Ciągłość funkcji odwrotnej. Funkcje jednostajnie ciągłe.	5
W14	Uzupełnienie wiadomości o funkcjach elementarnych. Ciągłość funkcji elementarnych	2

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym: z wykorzystaniem MS Teams)

N2 Ćwiczenia audytoryjne (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym: z wykorzystaniem MS Teams)

N3 Konsultacje (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym: z wykorzystaniem MS Teams)

N4 E-Kursy na platformie Delta

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	120
Konsultacje przedmiotowe	20
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	50
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
praca z materiałami na platformie e-learningowej	100
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	300
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	10.00

9 SPOSOBY OCENY

Warunkiem koniecznym uzyskania zaliczenia ćwiczeń jest ukończenie e-kursu "Podstawy Matematyki dla Studentów PK (PoMoST)" na platformie e-learningowej PK (ocena B1), tzn. uzyskanie co najmniej połowy sumarycznej liczby punktów.

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwia, kartkówki, e-testy (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym kolokwia i kartkówki również będą przeprowadzane na platformie e-learningowej Delta)

F2 Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin z teorii

P2 Egzamin praktyczny (zadania)

P3 Zaliczenie ćwiczeń (F1& F2 & B1)

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Ocena P3 jest oceną z ćwiczeń. Do egzaminu w pierwszym terminie mogą przystąpić wyłącznie studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń, tzn. uzyskali na przeprowadzonych kolokwiah i kartkówkach więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

W2 Egzamin składa się z części praktycznej (P2) i części teoretycznej (P1). Wymagane jest zaliczenie obu części egzaminu.

W3 Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną ocen P1, P2, P3.

W4 Spełnienie warunku obecności na obowiązkowych formach zajęć (dopuszczalne są trzy nieusprawiedliwione nieobecności na każdej z tych form).

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

B1 Ukończenie e-kursu "POdstawy Matematyki dla STudentów PK (e-POMoST)"

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał wiedzy, o której mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje i podstawowe twierdzenia z teorii ciągów i szeregów liczbowych oraz z teorii granic i ciągłości funkcji (na podstawie odpowiedzi na trzy wylosowane zagadnienia z podanej listy).
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na przynajmniej jedno z wylosowanych trzech zagadnień.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na dwa z wylosowanych trzech zagadnień.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane zagadnienia.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student rozumiejąc zależności między poznanymi pojęciami, definicjami i twierdzeniami potrafi odpowiedzieć na dodatkowe pytania związane z wylosowanymi zagadnieniami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę przedmiotu i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących tematykę kilku ostatnich ćwiczeń i wykładów oraz uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student rozumiejąc potrzebę dalszego kształcenia bierze udział w obowiązkowych zajęciach dydaktycznych (dopuszczalne trzy nieobecności).
NA OCENĘ 3.5	Student rozumiejąc potrzebę dalszego kształcenia regularnie bierze udział w obowiązkowych zajęciach dydaktycznych.
NA OCENĘ 4.0	Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie bierze udział w obowiązkowych zajęciach dydaktycznych.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazuje umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.0. Ponadto odczuwa potrzebą pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu i zapoznaje się z dodatkowymi materiałami umieszczonymi na platformie e-learningowej oraz z literaturą dodatkową.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazuje umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5. Ponadto aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej rozwiązując zadania dodatkowe i biorąc udział w dyskusjach na forum.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W02 K_W04 K_W06	Cel 2	W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13 W14	N1 N3 N4	P1
EK2	K_U01 K_U08 K_U09 K_U10	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12	N1 N2 N3 N4	P2
EK3	K_U08 K_U09 K_U10	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P3
EK4	K_K01 K_K02 K_K06	Cel 2	C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12	N2 N4	F2 P3

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | M. Gewert, Z. Skoczylas — *Wstęp do analizy i algebry*, Wrocław, 2009, GiS
- [2] | M. Gewert, Z. Skoczylas — *Analiza matematyczna 1,2*, Wrocław, 2009, GiS
- [3] | T. Winiarska, T. Winiarski — *Wykłady z analizy matematycznej, część I*, Kraków, 2010, Wyd. PK
- [4] | R. Rudnicki — *Wykłady z analizy matematycznej*, Warszawa, 2006, PWN
- [5] | J. Banaś, S. Wędrychowicz — *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, Warszawa, 2006, WNT
- [6] | B.P. Demidowicz — *Zbiór zadań i ćwiczeń z analizy matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | W. Kaczor, M. Nowak — *Zadania z analizy matematycznej, t.1, t.2*, Warszawa, 2005, PWN
- [2] | W. Krywicki, L. Włodarski — *Analiza matematyczna w zadaniach*, Warszawa, 2002, PWN
- [3] | W. Stankiewicz — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych*, Warszawa, 1998, PWN
- [4] | G.M. Fichtenholz — *Rachunek różniczkowy i całkowy*, Warszawa, 2007, PWN

LITERATURA DODATKOWA

[1 | Jay Abramson et al. — *Precalculus*, <https://openstax.org/details/books/prec calculus>, 2020, www.rice.edu

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH**OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ**

dr Beata Strycharz-Szemberg (kontakt: szemberg@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Beata Szemberg (kontakt: beata.szemberg@pk.edu.pl)

4 dr Katarzyna Urbańska (kontakt: katarzyna.urbanska@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....
.....