

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Modelowanie matematyczne, Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Wstęp do równań różniczkowych
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Introduction to differential equations
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIS C11 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	4

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
4	30	30	0	15	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Znajomość metod analitycznych i komputerowych rozwiązywania podstawowych równań różniczkowych zwyczajnych i układów równań różniczkowych zwyczajnych.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Znajomość elementów analizy matematycznej oraz podstaw algebry liniowej.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Znajomość definicji, twierdzeń i dowodów poznanych w trakcie realizacji treści programowych.

EK2 Umiejętności Umiejętność rozwiązywania rutynowych zadań związanych z równaniami różniczkowymi.

EK3 Umiejętności Umiejętność stosowania poznanej teorii w prostych problemach wynikających z powiązań równań różniczkowych z innymi przedmiotami matematycznymi lub zastosowaniami do fizyki, ekonomii, biologii, itp.

EK4 Umiejętności Umiejętność wykorzystania metod komputerowych w teorii i praktyce równań różniczkowych.

EK5 Kompetencje społeczne Rozwiązywanie problemów z zakresu równań różniczkowych w ramach pracy grupowej, indywidualnej, i poszukiwania niezbędnej w tym celu wiedzy.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Rozwiązywanie równań różniczkowych pierwszego rzędu: równań o zmiennych rozdzielonych, równań jednorodnych, równań liniowych, równania Bernoullego, równania w postaci różniczki zupełnej. Znajdowanie czynnika całkującego. Konstruowanie rozwiązań równań pierwszego rzędu za pomocą metody kolejnych przybliżeń.	8
C2	Rozwiązywanie równań różniczkowych rzędu n za pomocą kwadratur. Budowanie ogólnego rozwiązania liniowego równania. Rozwiązywanie liniowego niejednorodnego równania drugiego rzędu o stałych współczynnikach.	8
C3	Budowanie rozwiązania ogólnego układu liniowych równań różniczkowych pierwszego rzędu. Konstruowanie ogólnego rozwiązania układu liniowych równań różniczkowych o stałych współczynnikach. Całkowanie układu liniowego niejednorodnego o stałych współczynnikach metodą uzmienniania stałych dowolnych.	8
C4	Analiza punktów krytycznych na płaszczyźnie.	6

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Podstawowe pojęcia i definicje. Przykłady zjawisk prowadzących do równań różniczkowych.	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W2	Równania różniczkowe I rzędu elementarnie całkowalne: równania o zmiennych rozdzielonych, równania jednorodne, równania liniowe, równanie Bernoulliego, równanie zupełne, czynnik całkujący.	4
W3	Twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania równania różniczkowego I rzędu. Metoda kolejnych przybliżeń.	2
W4	Numeryczna aproksymacja rozwiązań, wybrane metody numeryczne.	2
W5	Równania różniczkowe wyższych rzędów: własności ogólne, całkowanie w przypadkach szczególnych.	2
W6	Równanie liniowe różniczkowe rzędu n. Przestrzeń liniowa rozwiązań, fundamentalny układ rozwiązań równań jednorodnych. Wzór Liouvillea. Równanie liniowe niejednorodne. Równanie liniowe rzędu n o stałych współczynnikach.	4
W7	Układy normalne równań różniczkowych. Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia Cauchyego. Twierdzenie o ciągłości i różniczkowości rozwiązań jako funkcji parametrów i danych początkowych.	4
W8	Układy równań różniczkowych liniowych I rzędu. Podstawowe własności rozwiązań. Układy liniowe niejednorodne. Metoda uzmienniania stałych. Układy liniowe o stałych współczynnikach	6
W9	Pojęcie stabilności, punkty krytyczne liniowych układów autonomicznych.	4

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
K1	Zapoznanie z obsługą wybranego pakietu algebry komputerowej pod kątem wspomagania teorii równań różniczkowych.	3
K2	Wizualizacja pojęć związanych z równaniami różniczkowymi, m.in. wykresy krzywych całkowych, pola kierunków, rodziny ortogonalne.	3
K3	Komputerowe rozwiązywanie równań różniczkowych I rzędu - matematyczna analiza poprawności otrzymanych rozwiązań, implementacja metody kolejnych przybliżeń.	3
K4	Komputerowe wspomaganie rozwiązywania równań wyższych rzędów i układów równań I rzędu. Implementacja procedur związanych z jakościową teorią równań różniczkowych zwyczajnych.	3
K5	Utworzenie modelu matematycznego w oparciu o poznane elementy z teorii równań różniczkowych. Realizacja projektów w wybranym środowisku informatycznym.	3

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Konsultacje

N3 Zadania tablicowe

N4 Ćwiczenia laboratoryjne

N5 Prezentacje multimedialne

N6 E-learning (Delta, MS Teams)

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	75
Konsultacje przedmiotowe	10
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	60
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	150
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

9 SPOSOBY OCENY

Aktywność na ćwiczeniach i/lub w pracy z materiałami na platformie e-learningowej nie jest warunkiem koniecznym uzyskania zaliczenia ćwiczeń (ocena P3), ale może podwyższyć ocenę wynikającą z ilości punktów otrzymanych z kolokwium. W sytuacji zdalnego nauczania wszystkie sprawdziany prowadzone są za pomocą platformy Delta oraz MS Teams.

OCENA FORMUJĄCA

F1 Ocena z laboratorium oparta na ocenie sprawdzianu i/lub projektu indywidualnego lub zespołowego

F2 Ocena z ćwiczeń oparta na wynikach co najmniej dwóch testów/kolokwium

F3 Aktywność na ćwiczeniach i w pracy z materiałami na platformie e-learningowej

OCENA PODSUMOWUJĄCA**P1** Egzamin pisemny**P2** Egzamin ustny**P3** Zaliczenie ćwiczeń (F2 i F3)**P4** Zaliczenie laboratorium (F1)**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU****W1** Zaliczenie ćwiczeń - minimum 50% wszystkich punktów uzyskanych na kolokwiah, dodatkowe punkty za aktywność czy udział w dyskusji.**W2** Warunki przystąpienia do egzaminu określa na zajęciach prowadzący ćwiczenia**W3** Egzamin pisemny i teoretyczny - minimum 50% wszystkich punktów możliwych do uzyskania.**W4** Pozytywna ocena z laboratorium komputerowego według wytycznych prowadzącego.**W5** Spełnienie warunku obecności na obowiązkowych formach zajęć (dopuszczalna 1 nieobecność na każdej z form)**OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA****B1** Dodatkowe punkty za aktywność, czy udział w dyskusji**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia warunków określonych dla oceny 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student nie w pełni rozumie i z błędami zna definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie (na podstawie odpowiedzi na trzy wylosowane zagadnienia z podanej listy).
NA OCENĘ 3.5	Student nie w pełni rozumie i z niewielkimi błędami zna definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie i dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na przynajmniej jedno z wylosowanych trzech zagadnień.
NA OCENĘ 4.0	Student nie w pełni rozumie lub z niewielkimi błędami zna definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie i dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na dwa z wylosowanych trzech zagadnień.
NA OCENĘ 4.5	Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami zna i rozumie definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie i dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane pytania.
NA OCENĘ 5.0	Student wyczerpująco i bez błędów zna i rozumie definicje, twierdzenia i wybrane dowody poznane na przedmiocie i dodatkowo: student potrafi odpowiedzieć w sposób pełny na wszystkie wylosowane pytania i pytania dodatkowe związane z wylosowanymi zagadnieniami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3.0.

NA OCENĘ 3.0	Student nie w pełni i z błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi i uzyskał przy tym więcej niż połowę maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student nie w pełni i z niewielkimi błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student nie w pełni lub z niewielkimi błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student wyczerpująco i bez błędów potrafi rozwiązywać typowe zadania związane z równaniami różniczkowymi i różnicowymi i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student nie w pełni i z błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. i uzyskał przy tym więcej niż 50% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student nie w pełni i z niewielkimi błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student nie w pełni lub z niewielkimi błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student wyczerpująco i bez błędów potrafi stosować poznaną teorię w prostych modelach wynikających z zastosowań równań różniczkowych i różnicowych do nauk technicznych, fizyki, ekonomii, biologii, itp. i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3.0.

NA OCENĘ 3.0	Student nie w pełni i z błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych i uzyskał przy tym więcej niż 50% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z testu/projektu na laboratorium.
NA OCENĘ 3.5	Student nie w pełni i z niewielkimi błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych i uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z testu/projektu na laboratorium.
NA OCENĘ 4.0	Student nie w pełni lub z niewielkimi błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych i uzyskał przy tym więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z testu/projektu na laboratorium.
NA OCENĘ 4.5	Student wyczerpująco, lecz z małymi błędami potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych i uzyskał przy tym więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z testu/projektu na laboratorium.
NA OCENĘ 5.0	Student wyczerpująco i bez błędów potrafi wykorzystać metody komputerowe w teorii i praktyce równań różniczkowych i różnicowych i uzyskał przy tym więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z testu/projektu na laboratorium.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na wykłady i ćwiczenia. Student wykonuje powierzone zadania indywidualnie - rezygnuje ze współpracy grupowej i fachowych źródeł wiedzy kosztem jakości rozwiązania. Prace studenta cechuje dopuszczalna niedbałość.
NA OCENĘ 3.5	Student rozumiejąc potrzebę kształcenia uczęszcza regularnie na wykłady i ćwiczenia i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej. Student wykonuje powierzone zadania indywidualnie - rezygnuje ze współpracy grupowej i fachowych źródeł wiedzy kosztem jakości rozwiązania. Jego prace są wykonane w sposób staranny.
NA OCENĘ 4.0	Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach. Student wykonuje powierzone zadania indywidualnie, a także stara się nawiązać współpracę grupową i sięga po fachowe źródła wiedzy. Współpraca grupowa oraz fachowa literatura mają ograniczony wpływ na wypracowane rozwiązania. Prace studenta zawierają drobne błędy.
NA OCENĘ 4.5	Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy regularnie i aktywnie uczestniczy w wykładach i ćwiczeniach i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej. Student wykonuje powierzone zadania indywidualnie, a także stara się nawiązać współpracę grupową i sięga po fachowe źródła wiedzy. Student dostrzega zyski płynące ze współpracy grupowej, jednak jego zbyt małe zaangażowanie powoduje drobne błędy w realizacji projektów.

NA OCENĘ 5.0	Student wykazuje umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu i aktywnie korzysta z materiałów umieszczonych na platformie e-learningowej oraz z literatury dodatkowej. Student potrafi rozwiązywać problemy indywidualnie jak i grupowo; korzysta z fachowych źródeł wiedzy; dostrzega zyski płynące ze współpracy grupowej, konsultacji oraz literatury naukowej. Prace studenta cechuje wysoka dbałość o szczegóły.
--------------	--

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W02 K_W04	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9	N1	P2
EK2	K_U18 K_U21	Cel 1	C1 C2 C3 C4	N2 N3 N6	F2 F3 P1 P3
EK3	K_U24	Cel 1	C1 C2 C3 C4	N2 N3 N6	F2 F3 P1 P3
EK4	K_U26 K_U27	Cel 1	K1 K2 K3 K4 K5	N4 N5 N6	F1 P4
EK5	K_K04 K_K06	Cel 1	C1 C2 C3 C4 K1 K2 K3 K4 K5	N5 N6	F3 P3 P4

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | **A. Palczewski** — *Równania różniczkowe zwyczajne, teoria i metody numeryczne z wykorzystaniem komputerowego systemu obliczeń symbolicznych*, Warszawa, 2017, Wydawnictwo Naukowe PWN
- [2] | **V. I. Arnold** — *Ordinary Differential Equations*, Berlin Heidelberg, 1992, Springer-Verlag
- [3] | **William E. Boyce, Richard C. DiPrima, Douglas B. Meade** — *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, 12th Edition, New York, 2021, Wiley

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **A. Pelczar, J. Szarski** — *Wstęp do teorii równań różniczkowych, część I*, Warszawa, 1987, PWN
- [2] | **J. Ombach** — *Wykłady z równań różniczkowych wspomagane komputerowo- Maple*, Kraków, 1999, UJ

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Sylwia Dudek (kontakt: sylwia.dudek@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 Dr Natalia Ryłko (kontakt: natalia.rylko@pk.edu.pl)

2 Dr Sylwia Dudek (kontakt: sylwia.dudek@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....
.....