

POLITECHNIKA KRAKOWSKA
IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Profil: Praktyczny

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: MS

Stopień studiów: I

Specjalności: Analityka Danych, Matematyka w finansach i ekonomii, Matematyka z Informatyką

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Teoria węzłów
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Knot theory
KOD PRZEDMIOTU	WiT MS pIS D21 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty specjalnościowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	3.00
SEMESTRY	6

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
6	30	30	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie z metodami matematyki stosowanej, w tym ukazanie studentom, jak topologia, abstrakcyjna nauka o położeniu i kształcie, może posiadać zarazem całkowicie praktyczne zastosowanie w biologii i chemii.

Cel 2 Ukazanie elementów teorii węzłów i jej zastosowań w badaniach biologii molekularnej, w tym badaniu struktury zwinięcia i skręcenia DNA.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- 1 Podstawy analizy matematycznej. Znajomość języka angielskiego w stopniu umożliwiającym studiowanie literatury i uczestnictwo w zajęciach

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna budowę topologicznych teorii matematycznych mających praktyczne zastosowania w fizyce, chemii i biotechnologii.

EK2 Wiedza Student zna twierdzenia dotyczące wykorzystania analizy matematycznej i geometrii w teorii węzłów i jej zastosowaniach praktyczne.

EK3 Umiejętności Student umie algorytmicznie sprawdzać topologiczną równoważność obiektów. Potrafi wskazać praktyczne zastosowania odpowiednich algorytmów.

EK4 Kompetencje społeczne Student uznaje potrzebę matematyki w badaniach interdyscyplinarnych w tym ma świadomość istnienia wspólnego przedmiotu badań w obrębie topologii i biotechnologii molekularnej. Student korzysta z wiedzy ekspertów w przypadku trudności z samodzielnym rozwiązaniem problemu.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Praca projektowa, kwerenda na temat teorii węzłów, czym jest, i jakie jej potencjalne zastosowania można odszukać w zasobach internetowych. Także historyczne i estetyczne znaczenie węzłów.	4
C2	Zadania graficzne, mające na celu przybliżyć podstawowe pojęcia takie jak: definicja węzła kawałkami liniowego, definicja węzła jako homeomorficzny obraz okręgu. Przykłady rzutu i diagramu węzła, rzutu regularnego. Praktyczna umiejętność odróżniania rzutu regularnego od nieregularnego. Zadania logiczne na temat rozróżniania węzłów, przykłady, metody.	5
C3	Elementarne deformacje węzła, równoważność węzłów, węzły trywialne. Ruchy Reidemeistera. Szukanie ciągu ruchów, które przekształcają na siebie odpowiednie węzły. Twierdzenie o równoważności węzłów i ich praktyczne wykorzystanie.	2
C4	Techniki kombinatoryczne rozróżniania węzłów i splotów: kolorowanie, indeks zaczepienia, odpowiednie zadania.	4
C5	Arytmetyka splotów: mnożenie i dodawanie splotów, przykłady własności tych działań. Węzły pierwsze i ich składanie w bogatsze struktury.	2
C6	Niezmienniki wielomianowe: wielomian Alexandera, wielomian Jonesa, nawias Kauffmana. Obliczenia wielomianów, przy użyciu odpowiednich relacji i diagramów.	6
C7	Kolorowanie węzłów, wykorzystane w zadaniach do rozróżniania węzłów.	4

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C8	Równania supłowe, przykłady, sposoby rozwiązywania. Działanie grupy enzymów topoizomerazy na DNA, a niezmienniki węzłów, porównanie.	3

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Wprowadzenie i motywacja: przedmiot teorii węzłów (jako przykładu topologii stosowanej) oraz jej znaczenie, szczególnie w zastosowaniach.	4
W2	Podstawowe pojęcia: definicja węzła, rzut i diagram węzła, rzut regularny, definicja splotu. Problemy z rozróżnianiem węzłów, przykłady.	4
W3	Elementarne deformacje węzła, równoważność węzłów, węzły trywialne. Ruchy Reidemeistera. Twierdzenie o równoważności węzłów.	2
W4	Techniki kombinatoryczne rozróżniania węzłów i splotów: kolorowanie, indeks zaczeplenia.	4
W5	Arytmetyka splotów: mnożenie i dodawanie splotów, własności tych działań. Węzły pierwsze.	2
W6	Niezmienniki wielomianowe: wielomian Alexandera, wielomian Jonesa, nawias Kauffmana.	5
W7	Kolorowanie węzłów. Teoria warkoczy, twierdzenie Markowa.	5
W8	Więcej o zastosowaniach, z naciskiem na zastosowania w chemii, biologii molekularnej i inżynierii genetycznej. Topologiczne podejście do enzymologii. Zamknięte cząsteczki DNA. Równania supłowe. Działanie grupy enzymów topoizomerazy na DNA, a niezmienniki węzłów. Topologia i przykład twierdzenia dla enzymu tn3 rezolwazy.	4

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady, ćwiczenia w tym praca przy tablicy, korzystanie z zasobów internetowych.

N2 Praca domowa, praca projektowa, referaty studenckie.

N3 Platforma MS TEAMS, platforma moodle Delta PK.

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	5
Egzaminy i zaliczenia w sesji	3
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	6
Opracowanie wyników	8
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	8
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	90
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	3.00

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Oceny za kolejne etapy pracy na zajęciach, waga 50%.

F2 Ocena za prezentacje i jej przedstawienie na zajęciach, waga 30%.

F3 Ocena za aktywność i wkład pracy, waga 20%.

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Średnia ważona ocen formujących wyrażonych w procentach.

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Ocenę pozytywną otrzymuje się w przypadku zdobycia co najmniej połowy sumarycznej liczby punktów z całego przedmiotu.

W2 Spełnienie warunku obecności na zajęciach.

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

B1 Zawarta w ocenach formujących.

KRYTERIA OCENY

NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia warunków na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia warunków na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe twierdzenia geometryczne dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Student zna twierdzenia dotyczące niezmienników wielomianowych stosowanych w teorii węzłów. Uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 3.5	Student zna podstawowe twierdzenia geometryczne dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Student zna twierdzenia dotyczące niezmienników wielomianowych stosowanych w teorii węzłów. Uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student zna podstawowe twierdzenia geometryczne dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Student zna twierdzenia dotyczące niezmienników wielomianowych stosowanych w teorii węzłów. Uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student zna podstawowe twierdzenia geometryczne dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Student zna twierdzenia dotyczące niezmienników wielomianowych stosowanych w teorii węzłów. Uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student zna podstawowe twierdzenia geometryczne dotyczące teorii węzłów i ich zastosowania. Student zna twierdzenia dotyczące niezmienników wielomianowych stosowanych w teorii węzłów. Uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie posiada umiejętności opisanych w warunkach na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących rozróżnianie węzłów matematycznych. Uzyskał przy tym więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.

NA OCENĘ 3.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących rozróżnianie węzłów matematycznych. Uzyskał przy tym więcej niż 65% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących rozróżnianie węzłów matematycznych. Uzyskał przy tym więcej niż 75% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 4.5	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących rozróżnianie węzłów matematycznych. Uzyskał przy tym więcej niż 85% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
NA OCENĘ 5.0	Student umie wykorzystać poznane wzory i twierdzenia do rozwiązywania wskazanych zadań obejmujących rozróżnianie węzłów matematycznych. Uzyskał przy tym więcej niż 95% maksymalnej sumarycznej liczby punktów.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia warunków, o których mowa w kryterium na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student rozumie potrzebę regularnej pracy i systematycznie uczęszczał na zajęcia.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się systematycznością, o której mowa w kryterium na ocenę 3.0 oraz wyróżnia się dodatkowo.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się systematycznością, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5. Student mając świadomość ograniczeń własnej wiedzy aktywnie uczestniczy w ćwiczeniach, a także systematycznie pracuje na platformie e-learningowej.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się systematycznością i aktywnością, o której mowa w kryterium na ocenę 4.0 oraz wyróżnia się dodatkowo.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia warunki, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5. Ponadto odczuwa potrzebę pogłębienia własnego zrozumienia danego tematu poprzez szukanie zastosowań dyskretnych układów dynamicznych oraz sięganie po dodatkowe materiały i literaturę.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W03 K_W04 K_W07	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8	N1	F1 F2 F3 P1

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK2	K_W04 K_W18	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8	N1	F1 F2 F3 P1
EK3	K_U01	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8	N1	F1 F2 F3 P1
EK4	K_K01 K_K02	Cel 1 Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8	N1	F1 F2 F3 P1

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | **Kunio Murasugi** — *Knot Theory and its Applications*, Springer Science+Business Media, 1996, New York
- [2] | **Peter Cromwell** — *Knots and Links*, Cambridge, 2004, Cambridge University Press
- [3] | **Józef Przytycki** — *Węzły: podejście kombinatoryczne do teorii węzłów*, Warszawa, 1995, Script
- [4] | **Lizabeth A. Allison** — *Podstawy biologii molekularnej*, Warszawa, 2009, UW
- [5] | **Ian Stewart** — *Matematyka życia*, Warszawa, 2014, Prószyński Media

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **Krzysztof Ciesielski, Zdzisław Pogoda** — *Królowa bez Nobla*, Warszawa, 2013, Demart
- [2] | **Vassily Manturov** — *Knot Theory*, Boca Raton, Florida, 2004, Chapman & Hall/CRC
- [3] | **Vassily Manturo** — *Denis Petrovich Ilyutko Virtual Knots: The State of the Art (Series on Knots and Everything)*, Singapore, 2012, World Scientific
- [4] | **Christian Kassel, Vladimir Turaev** — *Braid Groups*, New York, 2008, Springer

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Maciej Zakarczemny (kontakt: mzakarczemny@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Maciej Zakarczemny (kontakt: mzakarczemny@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....