

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka Stosowana

Profil: Praktyczny

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: MS

Stopień studiów: I

Specjalności: Analityka Danych, Matematyka w finansach i ekonomii, Matematyka z Informatyką

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                           |
|-----------------------------------------|---------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Algebra z teorią liczb    |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM | Algebra and number theory |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WiT MS pIS C7 23/24       |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty kierunkowe     |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 6.00                      |
| SEMESTRY                                | 2                         |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 2       | 30     | 30        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Nauczenie studentów podstawowych metod algebraicznych i teoriolichbowych niezbędnych w innych działach matematyki i aktywnie stosowanych we współczesnej inżynierii, informatyce, ekonomii, finansach, kryptografii itp.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- 1 Materiał z przedmiotów "Wstęp do matematyki" oraz "Algebra liniowa z geometrią analityczną".
- 2 Znajomość języka angielskiego w stopniu umożliwiającym studiowanie literatury i uczestnictwo w zajęciach.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia algebry (dotyczące grup, pierścieni i ciał).

**EK2 Wiedza** Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia teorii liczb.

**EK3 Umiejętności** Student potrafi ilustrować przykładami podstawowe pojęcia algebry i teorii liczb, jak również rozwiązywać typowe zadania z obu tych dziedzin.

**EK4 Kompetencje społeczne** Student potrafi wyszukiwać w literaturze informacje z zakresu podstaw algebry i teorii liczb oraz ich zastosowań, jak również formułować opinie dotyczące zagadnień algebraicznych i teorio-liczbowych.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                  |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Elementy teorii grup: grupa, podgrupa, podgrupa normalna, homomorfizmy grup, grupa ilorazowa. Grupy cykliczne i ich podgrupy. Suma prosta. Działanie grupy na zbiorze.                                                                                                                                                                | 7                |
| <b>W2</b> | Podstawowe struktury algebraiczne: pierścienie, ciała. Charakterystyka, dzielniki zera, elementy odwrotne.                                                                                                                                                                                                                            | 2                |
| <b>W3</b> | Arytmetyka liczb całkowitych: podzielność, dzielenie z resztą (algorytm Euklidesa, NWD, NWW). Liczby pierwsze. Zasadnicze twierdzenie arytmetyki, rozkład kanoniczny. Twierdzenie Euklidesa o liczbach pierwszych. Sito Eratostenesa. Systemy liczbowe.                                                                               | 3                |
| <b>W4</b> | Arytmetyka modularna: relacja przystawania modulo $n$ , pierścień $\mathbb{Z}_n$ . Funkcje arytmetyczne (funkcja Eulera, funkcja Möbiusa). Twierdzenia Eulera i Fermata. Logarytmy dyskretne podstawowe własności. Kongruencje liniowe. Reszty i niereszty kwadratowe. Układy kongruencji liniowych. Chińskie twierdzenie o resztach. | 10               |
| <b>W5</b> | Ułamki łańcuchowe i ich zastosowania, równania diofantyczne.                                                                                                                                                                                                                                                                          | 2                |
| <b>W6</b> | Teoria ciał: rozszerzenia ciał (skończone, proste, algebraiczne), wielomian minimalny elementu algebraicznego nad ciałem, elementy przestępne. Struktura rozszerzenia prostego. Ciało rozkładu wielomianu.                                                                                                                            | 6                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                  | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Elementy teorii grup: grupa, podgrupa, podgrupa normalna, homomorfizmy grup, grupa ilorazowa. Grupy cykliczne i ich podgrupy. Suma prosta. Działanie grupy na zbiorze.                                                                                                                                                                  | 5                |
| <b>C2</b> | Podstawowe struktury algebraiczne: pierścienie, ciała.                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3                |
| <b>C3</b> | Arytmetyka liczb całkowitych: podzielność, dzielenie z resztą (algorytm Euklidesa, NWD, NWW). Liczby pierwsze. Zasadnicze twierdzenie arytmetyki, rozkład kanoniczny. Twierdzenie Euklidesa o liczbach pierwszych. Sito Eratostenesa. Systemy liczbowe.                                                                                 | 4                |
| <b>C4</b> | Arytmetyka modularna: relacja przystawania modulo $n$ . pierścienie $\mathbb{Z}_n$ . Funkcje arytmetyczne (funkcja Eulera, funkcja Möbiusa). Twierdzenia Eulera i Fermata. Logarytmy dyskretne podstawowe własności. Kongruencje liniowe. Reszty i niereszty kwadratowe. Układy kongruencji liniowych. Chińskie twierdzenie o resztach. | 6                |
| <b>C5</b> | Ułamki łańcuchowe i ich zastosowania, równania diofantyczne.                                                                                                                                                                                                                                                                            | 6                |
| <b>C6</b> | Teoria ciał: rozszerzenia ciał (skończone, proste, algebraiczne), wielomian minimalny elementu algebraicznego nad ciałem, elementy przestępne. Struktura rozszerzenia prostego. Ciało rozkładu wielomianu.                                                                                                                              | 6                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Pisane aplikacje komputerowych

**N3** Dyskusja, projekty

**N4** Konsultacje

**N5** DELTA, MS TEAMS

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 60                                                      |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 15                                                      |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 15                                                      |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 45                                                      |
| Opracowanie wyników                                                                              | 30                                                      |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 15                                                      |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>180</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 6.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Ocena za aktywność na ćwiczeniach

**F2** Kolokwia, kartkówki

**F3** Zadania na platformie Delta PK

**F4** Kolokwium zaliczeniowe

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Średnia ważona ocen formujących

**P2** Egzamin pisemny

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** Warunkiem koniecznym jest zdobycie ponad połowy możliwych do zdobycia liczby punktów, średnia ważona ocen podsumowujących.

**W2** Spełnienie warunku obecności na zajęciach.

### OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

**B1** Prace na platformie Delta PK

## KRYTERIA OCENY

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                                                                  |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0                                                                                                                                                                                         |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia algebry (dotyczące grup, pierścieni i ciał), ilustrując ich przykładami                                                                                                       |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia i podstawowe zagadnienia algebry (dotyczące grup, pierścieni i ciał), ilustrując ich przykładami                                                                              |
| NA OCENĘ 4.0        | Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia i podstawowe zagadnienia (z dowodami) algebry (dotyczące grup, pierścieni i ciał), ilustrując ich przykładami                                                                 |
| NA OCENĘ 4.5        | Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia i podstawowe zagadnienia (z dowodami) algebry (dotyczące grup, pierścieni i ciał), ilustrując ich przykładami praktycznymi i teoretycznymi                                    |
| NA OCENĘ 5.0        | Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia i podstawowe zagadnienia (z dowodami) algebry (dotyczące grup, pierścieni i ciał), ilustrując ich przykładami praktycznymi i teoretycznymi (standardowymi i niestandardowymi) |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0                                                                                                                                                                                         |
| NA OCENĘ 3.0        | Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia teorii liczb, ilustrując ich przykładami                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 3.5        | Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia i podstawowe zagadnienia teorii liczb, ilustrując ich przykładami                                                                                                             |
| NA OCENĘ 4.0        | Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia i podstawowe zagadnienia teorii liczb(z dowodami), ilustrując ich przykładami                                                                                                 |
| NA OCENĘ 4.5        | Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia i podstawowe zagadnienia teorii liczb(z dowodami), ilustrując ich przykładami praktycznymi i teoretycznymi                                                                    |
| NA OCENĘ 5.0        | Student zna, rozumie i objaśnia podstawowe pojęcia i podstawowe zagadnienia teorii liczb(z dowodami), ilustrując ich przykładami praktycznymi i teoretycznymi (standardowymi i niestandardowymi)                                 |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0                                                                                                                                                                                         |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi ilustrować przykładami praktycznymi podstawowe pojęcia algebry i teorii liczb, jak również rozwiązywać typowe zadania z obu tych dziedzin                                                                        |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi ilustrować przykładami praktycznymi i teoretycznymi podstawowe pojęcia algebry i teorii liczb, jak również rozwiązywać typowe zadania z obu tych dziedzin                                                        |
| NA OCENĘ 4.0        | Student potrafi ilustrować przykładami praktycznymi i teoretycznymi ( z konstruowaniem dowodów) podstawowe pojęcia algebry i teorii liczb, jak również rozwiązywać typowe zadania z obu tych dziedzin                            |

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi ilustrować standardowymi przykładami praktycznymi i teoretycznymi ( z konstruowaniem dowodów) podstawowe pojęcia algebry i teorii liczb, jak również rozwiązywać typowe zadania z obu tych dziedzin                                                                    |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi ilustrować standardowymi i niestandardowymi przykładami praktycznymi i teoretycznymi ( z konstruowaniem dowodów) podstawowe pojęcia algebry i teorii liczb, jak również rozwiązywać typowe zadania z obu tych dziedzin                                                 |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| NA OCENĘ 2.0        | Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0                                                                                                                                                                                                                                               |
| NA OCENĘ 3.0        | Student potrafi wyszukiwać w literaturze informacje z zakresu podstaw algebry i teorii liczb oraz ich zastosowań, jak również formułować opinie dotyczące zagadnień algebraicznych i teorio-liczbowych                                                                                 |
| NA OCENĘ 3.5        | Student potrafi wyszukiwać w literaturze praktyczne informacje z zakresu podstaw algebry i teorii liczb oraz ich zastosowań, jak również formułować opinie dotyczące zagadnień algebraicznych i teorio-liczbowych                                                                      |
| NA OCENĘ 4.0        | Student potrafi wyszukiwać w literaturze praktyczne i teoretyczne informacje z zakresu podstaw algebry i teorii liczb oraz ich zastosowań, jak również formułować opinie dotyczące zagadnień algebraicznych i teorio-liczbowych                                                        |
| NA OCENĘ 4.5        | Student potrafi wyszukiwać w literaturze praktyczne i teoretyczne informacje (i w językach obcych) z zakresu podstaw algebry i teorii liczb oraz ich standardowych zastosowań, jak również formułować opinie dotyczące zagadnień algebraicznych i teorio-liczbowych                    |
| NA OCENĘ 5.0        | Student potrafi wyszukiwać w literaturze praktyczne i teoretyczne informacje (i w językach obcych) z zakresu podstaw algebry i teorii liczb oraz ich standardowych i niestandardowych zastosowań, jak również formułować opinie dotyczące zagadnień algebraicznych i teorio-liczbowych |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE    | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY        |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| EK1               | K_W03 K_W04                                                                    | Cel 1           | W1 W2 W6 C1<br>C2 C6 | N1 N2 N3 N4 N5        | F1 F2 F3 F4 P1<br>P2 |
| EK2               | K_W02 K_W03                                                                    | Cel 1           | W3 W4 W5 C3<br>C4 C5 | N1 N2 N3 N4 N5        | F1 F2 F3 F4 P1<br>P2 |

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE                         | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY        |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------------------------------|-----------------------|----------------------|
| EK3               | K_U09                                                                          | Cel 1           | W1 W2 W3 W4<br>W5 W6 C1 C2<br>C3 C4 C5 C6 | N1 N2 N3 N4 N5        | F1 F2 F3 F4 P1<br>P2 |
| EK4               | K_K01                                                                          | Cel 1           | W1 W2 W3 W4<br>W5 W6 C1 C2<br>C3 C4 C5 C6 | N1 N2 N3 N4 N5        | F1 F2 F3 F4 P1<br>P2 |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | A.I. Kostrikin — *Algebra (cz 1, 3)*, Warszawa, 2005, PWN
- [2] | O.Artemowicz. A. Piękosz — *Algebra*, Krakow, 2010, Wyd. PK
- [3] | J. Rutkowski — *Algebra abstrakcyjna w zdanach*, Warszawa, 2001, PWN
- [4] | W. Więśław — *Grupy, pierścienie, ciała*, Wrocław, 1979, UW
- [5] | M. Bryński, J. Jurkiewicz — *Zbiór zdań z algebry*, Warszawa, 1975, PWN
- [6] | Cz. Bagiński — *Wstęp do teorii grup*, Warszawa, 2001, Skrypt

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | A. Białynicki-Birula — *Algebra*, Warszawa, 1971, PWN
- [2] | J. Gancarzewicz — *Arytmetyka*, Kraków, 2002, UJ
- [3] | J. Browkin — *Teoria ciał*, Warszawa, 1978, PWN
- [4] | W.J. Gilbert, W.K. Nicolson — *Algebra współczesna z zastosowaniami*, Warszawa, 2008, PWN
- [5] | J. Rutkowska — *Teoria liczb w zadaniach*, Waesza, 2018, PWN
- [6] | W.Marzantowicz, P. Zarzycki — *Elementy teorii liczb*, Poznań, 1999, Wyd. Naukowe UAM

### LITERATURA DODATKOWA

- [1] | N. Koblitz — *Wykład z teorii liczb i kryptografii*, Warszawa, 1995, WNT
- [2] | Song Y. yan — *Teoria liczb w informatyce*, Warszawa, 2006, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Maciej Zakarczemny (kontakt: [mzakarczemny@pk.edu.pl](mailto:mzakarczemny@pk.edu.pl))

**OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT**

2 dr Maciej Zakarczemny (kontakt: [mzakarczemny@pk.edu.pl](mailto:mzakarczemny@pk.edu.pl))

**13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI**

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....