

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne, Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Analiza zespolona
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Complex analysis
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIIS C2 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	7.00
SEMESTRY	3

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
3	30	30	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zaznajomienie studentów w teorii i praktyce z podstawami analizy zespolonej jednej zmiennej, w szczególności z teorią funkcji holomorficznych, meromorficznych i harmonicznych i ich podstawowymi własnościami.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- 1 Analiza matematyczna.
- 2 Teoria mnogości.
- 3 Topologia.
- 4 Algebra.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

- EK1 Wiedza** Zna i rozumie podstawowe w analizie zespolonej jednej zmiennej definicje oraz twierdzenia i ich dowody.
- EK2 Wiedza** Zna zastosowania wybranych twierdzeń i metod z analizy zespolonej w innych dziedzinach matematyki.
- EK3 Umiejętności** Umie wskazać przykłady definiowanych obiektów, potrafi uzasadnić konieczność pewnych założeń w twierdzeniach przez dobór kontrprzykładów.
- EK4 Umiejętności** Umie zastosować poznaną teorię przy rozwiązywaniu zadań o różnym poziomie trudności.
- EK5 Umiejętności** Potrafi samodzielnie przeprowadzić dowód prostych twierdzeń w oparciu o poznaną teorię.
- EK6 Kompetencje społeczne** Rozpoznaje ograniczenia własnej wiedzy i precyzyjnie formułuje pytania dotyczące danego tematu.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Własności liczb zespolonych. Rozwiązywanie równań, nierówności. Obliczanie granic ciągów liczbowych, badanie zbieżności szeregów.	4
C2	Badanie własności podstawowych funkcji zespolonych: exp, sin, cos, sinh, cosh, Arg, Log.	2
C3	Badanie różniczkowalności funkcji zespolonych. Wykorzystanie równań Cauchy'ego - Riemanna w zadaniach teoretycznych.	2
C4	Obliczanie całek z funkcji zespolonych z definicji i z wykorzystaniem funkcji pierwotnej. Zastosowanie wzoru całkowego Cauchy'ego do obliczania pewnych typów całek.	2
C5	Obliczanie supremum i infimum funkcji zmiennej zespolonej na danym obszarze. Wykorzystanie zasady maksimum, zasady identyczności i innych własności funkcji holomorficzných w zadaniach teoretycznych.	4
C6	Badanie zbieżności szeregów potęgowych. Wyznaczanie promienia zbieżności. Rozwijanie funkcji w szereg Taylora - metody.	2
C7	Badanie osobliwości izolowanych funkcji holomorficzných.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C8	Rozwijanie funkcji w szereg Laurenta na pierścieniach. Określanie typu osobliwości izolowanej na podstawie postaci szeregu Laurenta w odpowiednim pierścieniu. Obliczanie residuum.	2
C9	Zastosowanie twierdzenia o residuach do obliczania całek z funkcji zespolonych.	2
C10	Zastosowania twierdzenia o residuach do obliczania pewnych typów całek z funkcji rzeczywistych.	2
C11	Obliczanie pewnych całek zespolonych z wykorzystaniem zasady argumentu. Obliczanie liczby pierwiastków wielomianu leżących w zadanym obszarze.	2
C12	Konstruowanie automorfizmów o zadanych własnościach. Wykorzystanie lematu Schwarza i lematu Schwarza-Picka w zadaniach teoretycznych.	2
C13	Funkcje harmoniczne. Konstruowanie przykładów i badanie własności.	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Liczby zespolone. Podstawowe funkcje zespolone. Ciągi i szeregi liczbowe.	2
W2	Różniczkowalność funkcji zespolonych. Podstawowe własności funkcji holomorficznych.	2
W3	Całkowanie funkcji zespolonych. Twierdzenie całkowite Cauchy'ego. Wzór całkowy Cauchy'ego.	6
W4	Szeregi potęgowe. Szeregi Taylora funkcji holomorficznych.	2
W5	Dalsze własności funkcji holomorficznych. Zasada maksimum. Zasada identyczności. Twierdzenie Morery. Twierdzenie Liouville'a. Twierdzenie Weierstrassa.	6
W6	Osobliwości funkcji holomorficznych. Szeregi Laurenta.	2
W7	Twierdzenie o residuach. Zastosowanie do obliczania całek rzeczywistych.	4
W8	Funkcje meromorficzne. Lokalizacja zer funkcji holomorficznych. Twierdzenie Rouché'go.	2
W9	Funkcje harmoniczne. Wzór Poissona.	2
W10	Odwzorowania konforemne. Automorfizmy. Lemat Schwarza.	2

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Konsultacje

N4 E-kurs

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	45
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	45
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
Studiowanie materiałów i rozwiązywanie zadań z e-kursu	50
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	210
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	7.00

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

F2 Aktywność

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin ustny

P2 Egzamin pisemny

P3 Zaliczenie z ćwiczeń

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

- W1** Warunkiem otrzymania pozytywnej oceny z ćwiczeń jest zdobycie minimum 50% punktów możliwych do zdobycia ze wszystkich kolokwii łącznie oraz maksymalnie trzy nieusprawiedliwione nieobecności na obowiązkowych formach zajęć.
- W2** Do egzaminu mogą przystąpić wyłącznie osoby mające pozytywną ocenę z ćwiczeń.
- W3** Warunkiem uzyskania oceny pozytywnej z egzaminu pisemnego jest zdobycie co najmniej 50% punktów możliwych do uzyskania.
- W4** Do egzaminu ustnego mogą przystąpić wyłącznie studenci, którzy otrzymali pozytywną ocenę z egzaminu pisemnego.
- W5** Ocena końcowa z przedmiotu jest średnią ważoną ocen podsumowujących pod warunkiem, że wszystkie te oceny są pozytywne.

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

- B1** Ocena aktywności przy rozwiązywaniu zadań udostępnionych na e-kursie

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi podać poprawny dowód dla jednego z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tym twierdzeniu.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi podać poprawny dowód dla dwóch z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tych twierdzeniach. Potrafi uzupełnić niektóre luki w rozumowaniach w przedstawionych dowodach.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi podać poprawny dowód dla dwóch z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tych twierdzeniach. Potrafi uzupełnić ewentualne luki w rozumowaniach w przedstawionych dowodach i podać jeden kontrprzykład obrazujący konieczność wybranego założenia.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi podać dowody trzech wskazanych twierdzeń, zna definicje występujących obiektów wraz z przykładami, potrafi podać kontrprzykłady do występujących w twierdzeniach założeń. Potrafi uzupełnić większość luk w rozumowaniach w przedstawionych dowodach.
NA OCENĘ 5.0	Student biegle przedstawia dowody trzech wskazanych twierdzeń uzupełniając brakujące fragmenty rozumowania, zna definicje występujących obiektów wraz z przykładami, potrafi podać kontrprzykłady do występujących w twierdzeniach założeń.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.

NA OCENĘ 3.0	Student potrafi podać jedno twierdzenie lub metodę, która ma zastosowanie w innych dziedzinach matematyki.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi podać jedno twierdzenie lub metodę, która ma zastosowanie w innych dziedzinach matematyki, z pomocą prowadzącego jest w stanie podać przykład zastosowania.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi podać jedno twierdzenie lub metodę, która ma zastosowanie w innych dziedzinach matematyki wraz z przykładem.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi podać jedno twierdzenie lub metodę, która ma zastosowanie w innych dziedzinach matematyki i rozwiązać podany przykład z pomocą prowadzącego przedmiot.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi podać jedno twierdzenie lub metodę, która ma zastosowanie w innych dziedzinach matematyki i samodzielnie rozwiązać podany przykład.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi podać poprawny dowód dla jednego z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tym twierdzeniu.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi podać poprawny dowód dla dwóch z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tych twierdzeniach. Potrafi uzupełnić niektóre luki w rozumowaniach w przedstawionych dowodach.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi podać poprawny dowód dla dwóch z trzech wskazanych twierdzeń oraz definicję i przykład wszystkich obiektów występujących w tych twierdzeniach. Potrafi uzupełnić ewentualne luki w rozumowaniach w przedstawionych dowodach i podać jeden kontrprzykład obrazujący konieczność wybranego założenia.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi podać dowody trzech wskazanych twierdzeń, zna definicje występujących obiektów wraz z przykładami, potrafi podać kontrprzykłady do występujących w twierdzeniach założeń. Potrafi uzupełnić większość luk w rozumowaniach w przedstawionych dowodach.
NA OCENĘ 5.0	Student biegle przedstawia dowody trzech wskazanych twierdzeń uzupełniając brakujące fragmenty rozumowania, zna definicje występujących obiektów wraz z przykładami, potrafi podać kontrprzykłady do występujących w twierdzeniach założeń.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi rozwiązać proste zadania o charakterze obliczeniowym.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi rozwiązać zadania obliczeniowe o różnym poziomie trudności.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi rozwiązać zadania o różnym poziomie trudności, w tym proste zadania teoretyczne.

NA OCENĘ 4.5	Student potrafi rozwiązać zadania o różnym poziomie trudności, w tym bardziej złożone zadania teoretyczne.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi bezbłędnie rozwiązać zadania o różnym poziomie trudności, teoretyczne i obliczeniowe.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi przeprowadzić dowód jednego wybranego wniosku z twierdzenia poznanego na wykładzie i pozostawionego jako ćwiczenie.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi przeprowadzić dowód 2/3 wniosków z twierdzeń poznanych na wykładzie i pozostawionych jako ćwiczenie, z niewielką pomocą prowadzącego
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi przeprowadzić dowód 2/3 wniosków z twierdzeń poznanych na wykładzie i pozostawionych jako ćwiczenie.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi przeprowadzić dowód wszystkich wniosków z twierdzeń poznanych na wykładzie i pozostawionych jako ćwiczenie, z niewielką pomocą prowadzącego.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi przeprowadzić dowód wszystkich wniosków z twierdzeń poznanych na wykładzie i pozostawionych jako ćwiczenie.
EFEKT KSZTAŁCENIA 6	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student przynajmniej raz aktywnie brał udział w zajęciach poprzez merytoryczną dyskusję z prowadzącym i rozwiązywanie zadań na tablicy.
NA OCENĘ 3.5	Student kilka razy aktywnie brał udział w zajęciach poprzez merytoryczną dyskusję z prowadzącym i rozwiązywanie zadań na tablicy.
NA OCENĘ 4.0	Student często aktywnie bierze udział w zajęciach poprzez merytoryczną dyskusję z prowadzącym i rozwiązywanie zadań na tablicy.
NA OCENĘ 4.5	Student bardzo często aktywnie bierze udział w zajęciach poprzez merytoryczną dyskusję z prowadzącym i rozwiązywanie zadań na tablicy.
NA OCENĘ 5.0	Student regularnie aktywnie uczestniczy w zajęciach. Zadaje pytania dotyczące tematu, rozwiązuje przykładowe zadania na tablicy.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W01 K_W02 K_W05 K_K01	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10	N1 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK2	K_W07	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK3	K_U01 K_U02 K_U05	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK4	K_U02 K_U05	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P2 P3
EK5	K_U01 K_U02 K_U04 K_U05	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P1 P2 P3
EK6	K_K02	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11 C12 C13	N2	F2 P1 P3

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | J.B. Conway — *Functions of One Complex Variable*, New York, 1978, Springer
- [2] | F. Leja — *Funkcje zespolone*, Warszawa, 1977, PWN
- [3] | W. Rudin — *Analiza rzeczywista i zespolona*, Warszawa, 1986, PWN

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **R. Narasimhan** — *Y. Nievergelt*, Boston, 2001, Birkhauser
[2] | **A. Ganczar** — *Analiza zespolona w zadaniach*, Warszawa, 2010, PWN
[3] | **J. Krzyż** — *Zbiór zadań z funkcji analitycznych*, Warszawa, 1965, PWN

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH**OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ**

dr Małgorzata Zajęcka (kontakt: malgorzata.zajacka@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Małgorzata Zajęcka (kontakt: malgorzata.zajacka@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....