

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne, Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Analiza funkcjonalna
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Functional Analysis
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIIS C3 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	6.00
SEMESTRY	1

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
1	30	30	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Nauczenie analizy funkcjonalnej w podstawowym zakresie, niezbędnym do zastosowań w dalszym ciągu studiów.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie egzaminów z analizy matematycznej i algebry liniowej.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Przestrzenie Banacha. Przestrzenie ciągów i przestrzenie funkcyjne. Przestrzenie skończone wymiarowe. Operatory liniowe operator całkowity. Ciągłość a ograniczoność. Norma. Rozszerzenie operatora z podprzestrzeni gęstej. Działania na operatorach. Przestrzenie unitarne. Zagadnienie najlepszej aproksymacji. Bazy ortogonalne. Szeregi Fouriera.

EK2 Umiejętności Przestrzenie Banacha. Przestrzenie unitarne i bazy w nich. Operatory liniowe ograniczone. Obliczanie norm. Niektóre klasy operatorów. Ciągi operatorów.

EK3 Wiedza Funkcjonały liniowe i ograniczone na przestrzeniach unormowanych. Twierdzenie Hahna-Banacha. Widmo operatora liniowego. Widmo operatora pełnociągłego. Twierdzenie Hilberta. Teoria Fredholma.

EK4 Umiejętności Szereg von Neumanna. Zastosowania do równań całkowych. Przestrzeń sprzężona. Słaba i słaba* zbieżność. Operator sprzężony. Widmo operatora liniowego.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Przestrzenie Banacha	3
C2	Przestrzenie unitarne i bazy w nich.	3
C3	Operatory liniowe ograniczone. Obliczanie norm.	3
C4	Niektóre klasy operatorów (Izomeria, Izomorfizm, Operatory skończone wymiarowe i pełnociągłe).	3
C5	Ciągi operatorów.	3
C6	Szereg von Neumanna. Zastosowania do równań całkowych.	3
C7	Funkcjonały liniowe i ograniczone na przestrzeniach unormowanych.	3
C8	Przestrzeń sprzężona. Słaba i słaba* zbieżność.	3
C9	Operator sprzężony. Operator sprzężony w przestrzeni Hilberta.	3
C10	Widmo operatora liniowego.	3

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Wstęp	1
W2	Przestrzenie Banacha . Przestrzenie ciągów i przestrzenie funkcyjne. Przestrzenie skończenie wymiarowe (Tw. Bolzano-Weierstrassa). Przestrzenie unitarne. Zagadnienie najlepszej aproksymacji. Bazy ortogonalne. Szeregi Fouriera.	5
W3	Operatory liniowe (Przykłady: macierz, operator całkowity, operator różniczkowy). Ciągłość a ograniczoność. Norma. Rozszerzenie operatora z podprzestrzeni gęstej. Działania na operatorach. Przestrzeń $L(X,Y)$. Niektóre klasy operatorów (Izomeria, Izomorfizm, Operatory skończenie wymiarowe i pełnociągłe). Ciągi operatorów. Operator odwrotny. Twierdzenie o wykresie domkniętym. Szereg von Neumanna. Zastosowania do równań całkowych.	8
W4	Funkcjonały liniowe i ograniczone na przestrzeniach unormowanych (Przykłady funkcyjnałów i obliczenia ich normy. Jądro funkcyjnału). Twierdzenie Hahna-Banacha. Przestrzeń sprzężona. Przykłady. Słaba i słaba* zbieżność. Twierdzenie Banacha-Alaoglu. Przestrzeń druga sprzężona. Refleksywność. Operator sprzężony. Operator sprzężony w przestrzeni Hilberta.	11
W5	Widmo operatora liniowego. Widmo operatora pełnociągłego. Twierdzenie Hilberta. Teoria Fredholma.	5

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Dyskusja

N3 Ćwiczenia laboratoryjne

N4 Konsultacje

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	30
Egzaminy i zaliczenia w sesji	4
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	86
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	180
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	6.00

9 SPOSOBY OCENY

na podstawie kolokwium, zadań domowych, oraz egzaminu

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Pozytywna ocena z zaliczenia

W2 Pozytywna ocena z egzaminu

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału, tzn. potrafi ze zrozumieniem podawać definicje, twierdzenia i przykłady.

NA OCENĘ 3.5	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału, umie je zilustrować przykładami i potrafi podać idee dowodów podstawowych twierdzeń.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać przykłady i kontrprzykłady ilustrujące, zna dowody podstawowych twierdzeń oraz ich zastosowania.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, ilustrować je przykładami, zna idee dowodów wszystkich twierdzeń oraz pełne dowody podstawowych.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi w sposób bezbłędny formułować twierdzenia, podawać przykłady oraz prezentować pełne dowody wszystkich twierdzeń.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student w niedostatecznym stopniu dostrzega możliwość wykorzystywania podstawowych pojęć z zakresu wyłożonego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student w dostatecznym stopniu potrafi wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału, umie je uzasadnić. Potrafi konstruować przykłady i kontrprzykłady.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach, podawać uzasadnienia poprawności swoich rozumowań oraz potrafi konstruować przykłady i kontrprzykłady.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach, podawać precyzyjne, ściśle uzasadnienia poprawności swoich rozumowań oraz potrafi konstruować przykłady i kontrprzykłady.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi bezbłędnie, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach, podawać precyzyjne, ściśle uzasadnienia poprawności swoich rozumowań oraz potrafi konstruować przykłady i kontrprzykłady.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć z zakresu przedstawionego na wykładach materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału, tzn. potrafi ze zrozumieniem podawać definicje, twierdzenia i przykłady.
NA OCENĘ 3.5	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia z zakresu wyłożonego materiału, umie je zilustrować przykładami i potrafi podać idee dowodów podstawowych twierdzeń.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać przykłady i kontrprzykłady ilustrujące, zna dowody podstawowych twierdzeń oraz ich zastosowania.

NA OCENĘ 4.5	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, ilustrować je przykładami, zna idee dowodów wszystkich twierdzeń oraz pełne dowody podstawowych.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi w sposób bezbłędny formułować twierdzenia, podawać przykłady oraz prezentować pełne dowody wszystkich twierdzeń.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student w niedostatecznym stopniu dostrzega możliwość wykorzystywania podstawowych pojęć z zakresu wyłożonego materiału.
NA OCENĘ 3.0	Student w dostatecznym stopniu potrafi wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi wykorzystywać podstawowe pojęcia z zakresu wyłożonego materiału, umie je uzasadnić. Potrafi konstruować przykłady i kontrprzykłady.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach, podawać uzasadnienia poprawności swoich rozumowań oraz potrafi konstruować przykłady i kontrprzykłady.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach, podawać precyzyjne, ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań oraz potrafi konstruować przykłady i kontrprzykłady.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi bezbłędnie, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach, podawać precyzyjne, ścisłe uzasadnienia poprawności swoich rozumowań oraz potrafi konstruować przykłady i kontrprzykłady.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W04 K_W06 K_U06 K_U12 K_U16 K_U18	Cel 1	C1 C2 W1 W2 W3 W4 W5	N1 N2	P1
EK2	K_W06 K_W10 K_W14 K_U01 K_U12 K_U14 K_U19	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C9	N1 N2 N3	P1

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK3	K_W10 K_U06 K_U18 K_U20 K_K03	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 W4	N1 N2 N3	F1 P1
EK4		Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C10	N1 N2 N3	F1 P1

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] **J. Chmielewski.** — *Analiza funkcjonalna*, Kraków, 2004, Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej
- [2] **W. Rudin.** — *Analiza funkcjonalna*, Warszawa, 2001, PWN
- [3] **AutoPrykarpatski A., Kycia R.r** — *Wstęp do analizy funkcjonalnej.*, Kraków, 2023, PK

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] **J. Musielak.** — *Wstęp do analizy funkcjonalnej*, Warszawa, 1976, PWN

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

prof. dr hab. Anatolij Prykarpatski (kontakt: anatolij.prykarpatski@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 Prof. Dr.hab. Anatolij Prykarpatski (kontakt: anatolij.prykarpatski@pk.edu.pl)
- 2 prof. PK dr. hab. Włodzimierz Jelonek (kontakt: wjelon@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....

.....