

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne, Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Metody stochastyczne
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Stochastic methods
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIIS C4 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	6.00
SEMESTRY	1

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
1	45	15	0	15	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zaznajomienie studentów z podstawowymi pojęciami i metodami analizy stochastycznej

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Wiedza i umiejętności z analizy matematycznej, algebry liniowej, rachunku prawdopodobieństwa, statystyki

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna podstawowe pojęcia analizy stochastycznej i zna własności omawianych pojęć.

EK2 Umiejętności Student potrafi przeprowadzić obliczenia związane z modelowaniem przy użyciu procesu Poissona i procesu Wienera, związane z zagadnieniem martyngałów.

EK3 Umiejętności Student potrafi stosować formułę Ito w zagadnieniach związanych ze stochastycznymi równaniami różniczkowymi.

EK4 Umiejętności Student potrafi przeprowadzić obliczenia związane z zagadnieniem szeregów czasowych AR-MA.

EK5 Kompetencje społeczne Student jest gotowy do samodzielnego poszerzania swojej wiedzy i doskonalenia umiejętności w zakresie metod stochastycznych.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Definicja procesu stochastycznego, rozkłady skończone wymiarowe procesu, wartość średnia, funkcja kowariancji, twierdzenie o ciągłej modyfikacji.	2
W2	Baza stochastyczna, procesy prognozowalne, progresywnie mierzalne, nieantycypujące.	2
W3	Zbiory cylindryczne i rozkład procesu stochastycznego, rodziny zgodne rozkładów i twierdzenie Daniella-Kolmogorowa.	2
W4	Proces Poissona, jego własności i zastosowania. Złożony proces Poissona i jego zastosowania w finansach i ubezpieczeniach.	4
W5	Proces Wienera, własności trajektorii, kryteria "bycia procesem Wienera", wariacja kwadratowa, most Browna, geometryczny ruch Browna, informacja o wielowymiarowym procesie Wienera.	4
W6	Czas zatrzymania, własności. Chwila pierwszej wizyty w zbiorze. Sigma-ciało zbiorów obserwowalnych do chwili losowej. Proces zatrzymany.	2
W7	Martyngały, nadmartyngały, podmartyngały, definicja, własności. Nierówności maksymalne. Zbieżność martyngałów. Jednostajna całkowalność. Ciągła wersja twierdzenia Dooba.	6
W8	Stochastyczna całka Ito dla procesów prostych i dla procesów nieantycypujących, własności. Procesy Ito i formuła Ito. Twierdzenie o reprezentacji martyngału całkowalnego z kwadratem.	4

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W9	Stochastyczne równania różniczkowe, geneza. Twierdzenie o istnieniu jednoznacznego rozwiązania w mocnym sensie. Rozwiązanie ogólne układu liniowego stochastycznych równań różniczkowych. Zastosowanie stochastycznych równań różniczkowych do analizy rozwiązań równań różniczkowych cząstkowych.	6
W10	Szeregi czasowe: model filtru liniowego, funkcja przenoszenia, model stabilny. Szeregi czasowe stacjonarne w węższym i szerszym sensie, funkcja autokowariancji i autokorelacji i ich estymacja. Analiza częstotliwościowa modeli stacjonarnych, periodogram, spektrum, funkcja gęstości spektralnej.	5
W11	Proces liniowy: funkcja tworząca autokowariancji, warunki stacjonarności i odwracalności. Procesy AR(p): warunki stacjonarności i odwracalności, funkcja autokorelacji i spektrum, równania Yule'a-Walkera, funkcja autokorelacji cząstkowej.	4
W12	Procesy MA(q) : warunki stacjonarności i odwracalności, funkcja autokorelacji i spektrum. Procesy ARMA(p,q): warunki stacjonarności i odwracalności, funkcja autokorelacji i spektrum, prognozowanie.	4

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Wyznaczanie rozkładów skończenie wymiarowych procesów stochastycznych. Obliczanie średniej procesu i funkcji kowariancji.	1
C2	Rozwiązywanie zadań dotyczących mierzalności procesu stochastycznego.	1
C3	Rozwiązywanie zadań dotyczących procesu Poissona i procesu Wienera.	2
C4	Rozwiązywanie zadań dotyczących czasów zatrzymania i martyngałów.	3
C5	Rozwiązywanie zadań dotyczących całki stochastycznej, stochastycznych równań różniczkowych i formuły Ito.	3
C6	Rozwiązywanie zadań dotyczących ogólnych modeli liniowych.	3
C7	Rozwiązywanie zadań dotyczących modeli AR(p), MA(q), ARMA(p,q).	2

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
K1	Generowanie liczb zgodnie z ustalonym rozkładem. Symulacja procesu Wienera oraz procesu Poissona.	5

LABORATORIUM KOMPUTEROWE		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
K2	Symulacja rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych.	5
K3	Generowanie szeregów AR(p), MA(q), ARMA(p,q). Identyfikacja tych modeli.	5

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

- N1** Wykłady (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym z wykorzystaniem stosownych narzędzi teleinformatycznych)
- N2** Zadania tablicowe (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym z wykorzystaniem stosownych narzędzi teleinformatycznych)
- N3** Ćwiczenia laboratoryjne (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym z wykorzystaniem stosownych narzędzi teleinformatycznych)
- N4** Konsultacje (w przypadku realizacji zajęć w trybie zdalnym z wykorzystaniem stosownych narzędzi teleinformatycznych)

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	75
Konsultacje przedmiotowe	10
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	90
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	180
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	6.00

9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Dwa sprawdziany na ćwiczeniach.

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Egzamin pisemny

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Dwa sprawdziany na Ćwiczeniach. Bieżące rozwiązywanie zadań przy pomocy pakietów komputerowych na Laboratorium. Egzamin pisemny w sesji egzaminacyjnej. Ustala się ocenę ważoną OW jako $OW = 0,6 \cdot OE + 0,2 \cdot O\acute{C} + 0,2 \cdot OL$, gdzie OE oznacza ocenę uzyskaną na egzaminie, O $\acute{C}$ ocenę uzyskaną na Ćwiczeniach, OL ocenę uzyskaną na Laboratorium. Jeśli OW należy do przedziału $[3; 3.25)$, to OK=3, gdzie OK oznacza ocenę końcową z przedmiotu. Jeśli OW należy do przedziału $[3.25; 3.75)$, to OK=3.5. Jeśli OW należy do przedziału $[3.75; 4.25)$, to OK=4. Jeśli OW należy do przedziału $[4.25; 4.75)$, to OK=4.5. Jeśli OW należy do przedziału $[4.75; 5]$, to OK=5.

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia warunków określonych dla oceny 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Student zna około połowę pojęć podstawowych.
NA OCENĘ 3.5	Student zna około połowę podstawowych pojęć i zna ich własności.
NA OCENĘ 4.0	Student zna około 75% podstawowych pojęć i zna ich własności.
NA OCENĘ 4.5	Student zna prawie wszystkie pojęcia i zna ich własności.
NA OCENĘ 5.0	Student zna wszystkie pojęcia i zna ich własności.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia warunków określonych dla oceny 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i rozpocząć obliczenia.
NA OCENĘ 3.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie niektóre obliczenia.
NA OCENĘ 4.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie większość obliczeń.
NA OCENĘ 4.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie prawie wszystkie obliczenia.
NA OCENĘ 5.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie wszystkie obliczenia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia warunków określonych dla oceny 3.0.

NA OCENĘ 3.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i rozpocząć obliczenia.
NA OCENĘ 3.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie niektóre obliczenia.
NA OCENĘ 4.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie większość obliczeń.
NA OCENĘ 4.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie prawie wszystkie obliczenia.
NA OCENĘ 5.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie wszystkie obliczenia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia warunków określonych dla oceny 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i rozpocząć obliczenia.
NA OCENĘ 3.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać niektóre obliczenia.
NA OCENĘ 4.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i wykonać poprawnie większość obliczeń.
NA OCENĘ 4.5	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie prawie wszystkie obliczenia.
NA OCENĘ 5.0	Potrafi poprawnie sformułować problem i przeprowadzić poprawnie wszystkie obliczenia.
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia warunków określonych dla oceny 3.0.
NA OCENĘ 3.0	Uzyskał jeden punkt z aktywności na ćwiczeniach.
NA OCENĘ 3.5	Uzyskał dwa punkty z aktywności na ćwiczeniach.
NA OCENĘ 4.0	Uzyskał trzy punkty z aktywności na ćwiczeniach.
NA OCENĘ 4.5	Uzyskał cztery punkty z aktywności na ćwiczeniach.
NA OCENĘ 5.0	Uzyskał co najmniej pięć punktów z aktywności na ćwiczeniach.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W04 K_W07	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 K1 K2 K3	N1 N2 N3 N4	F1 P1
EK2	K_U11 K_U16 K_U18	Cel 1	W4 W5 W6 W7 C1 C2 C3 C4	N1 N2 N3 N4	F1 P1
EK3	K_U16 K_U18	Cel 1	W8 W9 C1 C2 C5 K2	N1 N2 N3 N4	F1 P1
EK4	K_U16 K_U18	Cel 1	W10 W11 W12 C6 C7 K3	N1 N2 N3 N4	F1 P1
EK5	K_K01	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 K1 K2 K3	N1 N2 N3 N4	F1

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | R. Lipcer, A. Szirjajew — *Statystyka procesów stochastycznych*, Warszawa, 1981, PWN
- [2] | A.D. Wentzell — *Wykłady z teorii procesów stochastycznych*, Warszawa, 1980, PWN
- [3] | A. Plucińska, E. Pluciński — *Probabilistyka : rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna, procesy stochastyczne*, Warszawa, 2009, WNT

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | A. Janicki, A. Izydoreczek — *Komputerowe metody w modelowaniu stochastycznym*, Warszawa, 2001, WNT
- [2] | J. Jakubowski, R. Sztencel — *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Warszawa, 2010, Script

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Marek Malinowski (kontakt: mmalinowski@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Marek Malinowski (kontakt: mmalinowski@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....