

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Modelowanie matematyczne, Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Macierze w ekonomii
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Matrices in economics
KOD PRZEDMIOTU	WiT M oIIS C10 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	7.00
SEMESTRY	3

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
3	30	30	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Materiał tego kursu służy do głębszego zapoznania studentów z teorią macierzy jako jednego z ważnych działów matematyki współczesnej.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- 1 Zaliczenie semestrów pierwszego oraz drugiego (stopień I) w zakresie algebry liniowej z geometrią analityczną oraz analizy matematycznej.

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna podstawowe pojęcia algebry liniowej z wiązanymi z macierzami niezbędne dla stosowania w ekonomii

EK2 Wiedza Student zna podstawowe własności macierzy stochastycznych i macierzy nieujemnych oraz ich zastosowaniach

EK3 Umiejętności Student wie i demonstruje jak zrealizować nabytą wiedzę o macierzach w zastosowaniach do ekonomii

EK4 Kompetencje społeczne Student zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych, rozumie potrzebę popularnego przedstawiania laikom wybranych osiągnięć matematyki wyższej

6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Badanie własności różnego rodzaju normy macierzowych, norm wektorowych, ich własności.	2
C2	Budowanie różnego rodzaju koalicji.	2
C3	Badanie własności podstawowych rozmaitości liniowych oraz działań na zbiorach wypukłych. Wielościany wypukłe. Funkcje wypukłe na macierzach. Elementy programowania liniowego	6
C4	Twierdzenie Gerszgorina, Schura, Hirscha, Bendixona oraz ich zastosowania w praktyce.	6
C5	Sprawdzanie własności podstawowych macierzy dodatnich, macierzy nieprzywiedlnych, prymitywnych oraz imprymitywnych.	4
C6	Badanie własności macierzy związanych ze skończonymi łańcuchami Markowa i entropia. Macierze stochastyczne i podwójnie stochastyczne.	4
C7	Przykłady pewnych modeli gospodarki rynkowej.	2
C8	Omówienie różnych zastosowań wiedzy o macierzach w modelach ekonomicznych, procesach migracji, w planowaniu produkcji w modelu Leontiefa, w planowaniu przewozów, w planowaniu asygnowań. Przykłady.	4

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	0. Wstęp Normy macierzowe, normy wektorowe, ich własności. Normy wektorowe na macierzach.	2
W2	1. Koalicje.	2
W3	2. Zbiory wypukłe w przestrzeniach liniowych. Własności podstawowe, działania Minkowskiego na zbiorach wypukłych. Wypukłość różnorodności liniowych. Twierdzenia Radona, Caratheodoryego, Hellyego. Wielościany wypukłe. Funkcje wypukłe na macierzach. Elementy programowania liniowego.	6
W4	3. Lokalizacja zespolonych wartości własnych. Twierdzenie Gerszgorina, Schura, Hirscha, Bendixona.	6
W5	4. Macierze nieujemne. Własności podstawowe. Macierze dodatnie. Twierdzenie Perrona-Frobeniusa. Macierze nieprzywiedlne, prymitywne i imprymitywne.	4
W6	5. Macierze stochastyczne. Skończone łańcuchy Markowa. Ergodyczne łańcuchy Markowa, macierze i entropia. Macierze stochastyczne i podwójnie stochastyczne. Twierdzenie Birkhoffa-von Neumanna. Macierze Minkowskiego-Leontiefa.	4
W7	6. Model gospodarki rynkowej.	2
W8	7. Zastosowanie macierzy szczególnych w modelach ekonomicznych. Proces Markowa i procesy migracji. Macierze migracyjne. Macierze Zagadnienie planowania produkcji w modelu Leontiefa. Model Leontiefa produkcji w n sektorach. Twierdzenie o zamianie. Skalowanie w modelu Leontiefa typu wejście-wyjście oraz inne skalowania. Planowanie przewozów. Problem planowania asygnowań. Całkiem wymienny ustrój gospodarczy. Liniowy model ekonomiki kwitnącej. Czynniki ceny wyrównanej.	4

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady. W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams, na żywo. e-kurs na platformie Delta PK.

N2 Praca w grupie (ćwiczenia). W sytuacji zdalnego nauczania prowadzone są za pośrednictwem MS Teams, na żywo.

N3 Konsultacje

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	60
Konsultacje przedmiotowe	30
Egzaminy i zaliczenia w sesji	15
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	75
Opracowanie wyników	30
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	210
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	7.00

9 SPOSOBY OCENY

Aktywność w e-kursie na platformie Delta PK. W sytuacji zdalnego nauczania wszystkie sprawdziany prowadzone są za pośrednictwem platformy Delta PK i MS Teams. Spełnienie warunku obecności na obowiązkowych zajęciach

OCENA FORMUJĄCA

- F1** aktywność studenta na zajęciach (w szczególności obecność)
- F2** średnia ocena na ćwiczeniach (w wyniku odpowiedzi przy tablicy)
- F3** wyniki dwóch pisemnych kolokwiumów

OCENA PODSUMOWUJĄCA

- P1** zaliczenie pisemne i zaliczenie ustne
- P3** Egzamin ustny

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

- W1** Do zaliczenia przystępują studenci, którzy zaliczyli algebrę liniową z geometrią analityczną, oraz algebrę abstrakcyjną oraz obecność na zajęciach, ocena pozytywna na ćwiczeniach oraz ocena pozytywna na kolokwium zaliczeniowym; ocena końcowa jest średnią F1, P1 oraz P2
- W3** Ocena końcowa uwzględnia poprzednie oceny

OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

- B1** test

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia o zbiorach wypukłych, ilustruje ich przykładami
NA OCENĘ 3.5	Student zna podstawowe pojęcia o zbiorach wypukłych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia oraz zilustrować ich
NA OCENĘ 4.0	Student zna podstawowe pojęcia o zbiorach wypukłych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować oraz zastosować ich
NA OCENĘ 4.5	Student zna podstawowe pojęcia o zbiorach wypukłych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować ich oraz zastosować do rozwiązywania standardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru
NA OCENĘ 5.0	Student zna podstawowe pojęcia o zbiorach wypukłych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować ich oraz zastosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia o o lokalizacji zespolonych wartości własnych oraz macierzach nieujemnych, ilustruje ich przykładami
NA OCENĘ 3.5	Student zna podstawowe pojęcia o o lokalizacji zespolonych wartości własnych oraz macierzach nieujemnych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia oraz zilustrować ich
NA OCENĘ 4.0	Student zna podstawowe pojęcia o o lokalizacji zespolonych wartości własnych oraz macierzach nieujemnych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować oraz zastosować ich
NA OCENĘ 4.5	Student zna podstawowe pojęcia o o lokalizacji zespolonych wartości własnych oraz macierzach nieujemnych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować ich oraz zastosować do rozwiązywania standardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru
NA OCENĘ 5.0	Student zna podstawowe pojęcia o o lokalizacji zespolonych wartości własnych oraz macierzach nieujemnych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować ich oraz zastosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia o macierzach stochastycznych, ilustruje ich przykładami

NA OCENĘ 3.5	Student zna podstawowe pojęcia o macierzach stochastycznych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia oraz zilustrować ich
NA OCENĘ 4.0	Student zna podstawowe pojęcia o macierzach stochastycznych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować oraz zastosować ich
NA OCENĘ 4.5	Student zna podstawowe pojęcia o macierzach stochastycznych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować ich oraz zastosować do rozwiązywania standardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru
NA OCENĘ 5.0	Student zna podstawowe pojęcia o macierzach stochastycznych, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować ich oraz zastosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia wymagań na ocenę 3,0
NA OCENĘ 3.0	Student zna podstawowe pojęcia o modelach gospodarki rynkowej oraz oraz zastosowaniu macierzy w tych modelach, ilustruje ich przykładami
NA OCENĘ 3.5	Student zna podstawowe pojęcia o modelach gospodarki rynkowej oraz oraz zastosowaniu macierzy w tych modelach, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia oraz zilustrować ich
NA OCENĘ 4.0	Student zna podstawowe pojęcia o modelach gospodarki rynkowej oraz oraz zastosowaniu macierzy w tych modelach, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować oraz zastosować ich
NA OCENĘ 4.5	Student zna podstawowe pojęcia o modelach gospodarki rynkowej oraz oraz zastosowaniu macierzy w tych modelach, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować ich oraz zastosować do rozwiązywania standardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru
NA OCENĘ 5.0	Student zna podstawowe pojęcia o modelach gospodarki rynkowej oraz oraz zastosowaniu macierzy w tych modelach, ilustruje ich przykładami, może sformułować podstawowe zagadnienia, zilustrować ich oraz zastosować do rozwiązywania standardowych i niestandardowych zadań teoretycznego i praktycznego charakteru

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W01	Cel 1	C1 C2 C3 C4 W1 W2 W3 W4	N1 N2 N3	F1 F2 F3 P1 P3
EK2	K_W01	Cel 1	C5 C6 W5 W6	N1 N2 N3	F2 P1
EK3	K_U01 K_K01	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 W1 W2 W3 W5 W6 W7 W8	N1 N2 N3	F1 F2 F3 P1 P3
EK4	K_K01	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8	N1 N2 N3	F1 F2 F3 P1

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | **S.R. Seale, W.H. Hausman** — , *Matrix algebra for business and economics*, New York London Sydney Toronto, 1970, Wiley-Interscience/ A division of John Wiley and Sons
- [2] | **W. Kulpa** — *Topologia a ekonomia*, Warszawa, 2009, Wydawnictwo uniwersyteckie Kardynała Stefana Wyszyńskiego
- [3] | **J.G. Kemeny, J.I. Snell, G.I. Thompson** — *Introduction to finite mathematics*, Englewood Cliffs, New York, 1957, Prentice-Hall

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **P. Lancaster** — *Theory of matrices*, New York London, 1969, Academic Press
- [2] | **R.A. Horn, C.R. Johnson** — *Matrix analysis*, Cambridge London New York New Rochelle Melbourne Sydney, 1986, Cambridge Univ. Press

LITERATURA DODATKOWA

- [1] | **G. Strong** — *Linear algebra and its applications*, New York San Francisco London, 1976, Academic Press
- [2] | **R.B. Bapat, T.E.S. Raghavan** — *Nonnegative matrices and applications*, Cambridge, 1997, Cambridge Univ. Press
- [3] | **E. Panek** — *Ekonomia Matematyczna*, Poznań, 2003, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Mariusz Jużyniec (kontakt: juzyniec@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Kamil Kular (kontakt: kamil.kular@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....