

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2023/2024

Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej

Kierunek studiów: Elektrotechnika i Automatyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: E7

Stopień studiów: I

Specjalności: Elektromobilność, Automatyka w układach elektrycznych, Inżynieria systemów elektrycznych

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Algebra liniowa
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Linear Algebra
KOD PRZEDMIOTU	WIEiK EIA20_21_IST_ST oIS PK17 23/24
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	4.00
SEMESTRY	1

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁADY	ĆWICZENIA	LABORATORIA	LABORATORIA KOMPUTERO- WE	PROJEKTY	
1	25	25	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zaznajomienie studentów z podstawami algebry liniowej stosowanej, teorii macierzy i geometrii przestrzeni z iloczynem skalarnym.

Cel 2 Wpojenie studentom podstawowych umiejętności rachunkowych dotyczących macierzy, wyznaczników, układów równań liniowych, liczb zespolonych, przestrzeni wektorowych i odwzorowań liniowych oraz iloczynów skalarnych i pojęć z nimi związanych.

Cel 3 Przygotowanie studentów do uczenia się przedmiotów kierunkowych, takich jak teoria obwodów, teoria pola elektromagnetycznego i elektromechaniczne przetwarzanie energii.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Matematyka szkolna (zwłaszcza układy równań, wielomiany, funkcje trygonometryczne i geometria analityczna).

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna i rozumie podstawowe pojęcia i twierdzenia dotyczące przestrzeni wektorowych i odwzorowań liniowych, macierzy, wyznaczników i układów równań liniowych oraz liczb zespolonych i przestrzeni z iloczynem skalarnym.

EK2 Umiejętności Student sprawnie posługuje się rachunkiem macierzowym, rachunkiem wyznaczników i klasycznym rachunkiem wektorowym (w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej). Potrafi rozwiązywać układy równań liniowych oraz standardowe zadania dotyczące arytmetycznych, algebraicznych i geometrycznych aspektów liczb zespolonych.

EK3 Umiejętności Student umie rozwiązywać podstawowe zadania dotyczące przestrzeni wektorowych i odwzorowań liniowych. Umie również posługiwać się ogólnymi pojęciami iloczynu skalarnego, ortogonalności i bazy ortonormalnej.

EK4 Kompetencje społeczne Student jest przygotowany do rozszerzania i pogłębiania swojej wiedzy z algebry i geometrii, jak również do dzielenia się tą wiedzą z innymi.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Rozwiązywanie układów równań liniowych (głównie za pomocą eliminacji gaussowskiej).	2
C2	Zadania dotyczące liniowej niezależności wektorów i standardowego iloczynu skalarnego w przestrzeniach kartezjańskich (m.in. wyznaczanie kątów między wektorami).	2
C3	Wykonywanie obliczeń na macierzach. Rozwiązywanie równań macierzowych.	3
C4	Wykonywanie obliczeń na permutacjach. Znajdowanie znaku permutacji.	1
C5	Obliczanie wyznaczników. Zadania dotyczące odwracania macierzy. Znajdowanie rzędów. Zadania dotyczące twierdzeń Cramera i Kroneckera-Capelliego (w szczególności rozwiązywanie układów równań z parametrami).	5
C6	Zadania z rachunku wektorowego w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej.	2
C7	Wykonywanie obliczeń na liczbach zespolonych (w szczególności za pomocą wzorów de Moivre'a). Rozwiązywanie równań z niewiadomą zespoloną. Zadania dotyczące geometrii płaszczyzny zespolonej.	4

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C8	Dalsze przykłady przestrzeni wektorowych i podprzestrzeni liniowych. Znajdowanie baz, wymiarów i współrzędnych.	2
C9	Badanie liniowości odwzorowań. Wyznaczanie jąder i obrazów odwzorowań liniowych. Odwracanie izomorfizmów. Zadania dotyczące macierzy odwzorowań liniowych.	2
C10	Dalsze przykłady iloczynów skalarnych. Zadania dotyczące baz ortonormalnych i ortogonalizacji Grama-Schmidta.	2

WYKŁADY		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Wprowadzenie do układów równań liniowych. Eliminacja gaussowska. Twierdzenie interpolacyjne Lagrange'a.	2
W2	Przestrzenie kartezjańskie: działania na wektorach, równoległość wektorów, standardowy iloczyn skalarny i jego własności, długość wektora, nierówność Schwarz'a, kąt między wektorami, twierdzenie cosinusów, tożsamość równoległoboku, twierdzenie Pitagorasa.	2
W3	Wprowadzenie do teorii macierzy: działania na macierzach (w szczególności potęgowanie macierzy kwadratowych), równania macierzowe, macierze diagonalne, trójkątne, symetryczne i antysymetryczne, postać macierzowa układu równań liniowych.	2
W4	Permutacje: mnożenie i odwracanie permutacji, rozkład na cykle rozłączne i rozkład na transpozycje, znak permutacji.	2
W5	Wyznaczniki: definicja permutacyjna, podstawowe własności, twierdzenie Cauchy'ego o multiplikatywności wyznacznika, wzór Laplace'a, operacje elementarne na wierszach i kolumnach, wyznaczniki specjalne.	2
W6	Odwracanie macierzy. Twierdzenie Cramera.	1
W7	Rząd macierzy. Twierdzenie Kroneckera-Capelliego.	2
W8	Rachunek wektorowy w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej: iloczyn wektorowy, iloczyn mieszany, interpretacja geometryczna wyznacznika.	2
W9	Liczby zespolone: działania na liczbach zespolonych, płaszczyzna zespolona, część rzeczywista, część urojona, moduł, liczba sprzężona, argument, postać trygonometryczna i wzory de Moivre'a, pierwiastkowanie liczb zespolonych, zasadnicze twierdzenie algebry, wzór Eulera i postać wykładnicza.	3
W10	Grupy, pierścienie i ciała.	1

WYKŁADY		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W11	Przestrzenie wektorowe: podstawowe przykłady, podprzestrzenie liniowe, liniowa zależność i liniowa niezależność, rozpięcie liniowe zbioru wektorów, baza i wymiar, współrzędne wektora w bazie, macierz przejścia.	2
W12	Odwzorowania liniowe: podstawowe własności i przykłady, jądro i obraz, twierdzenie o odwzorowaniu liniowym zadanym na bazie, macierze odwzorowań liniowych.	2
W13	Przestrzenie wektorowe z iloczynem skalarnym: ogólne pojęcie iloczynu skalarnego, typowe przykłady iloczynów skalarnych, bazy ortonormalne, ortogonalizacja Grama-Schmidta.	2

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady (w razie konieczności prowadzone za pośrednictwem internetu).

N2 Dyskusja (w razie konieczności w formie telekonferencji).

N3 Konsultacje (w razie konieczności w formie telekonferencji).

N4 Kurs internetowy („e-learning”).

N5 Ćwiczenia tablicowe (w razie konieczności prowadzone w formie telekonferencji).

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	50
Konsultacje przedmiotowe	6
Egzaminy i zaliczenia w sesji	0
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	48
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	104
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	4.00

9 SPOSOBY OCENY

W razie konieczności testy z zagadnień teoretycznych i bieżące sprawdziany mogą odbywać się za pośrednictwem platformy e-learningowej.

OCENA FORMUJĄCA

F1 Sprawdziany umiejętności rozwiązywania zadań rachunkowych („klasówki”).

F2 Merytoryczna aktywność na zajęciach (także internetowych).

F3 Krótkie testy z orientacji w zagadnieniach teoretycznych omówionych na wykładzie.

F4 Zadania domowe.

OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Średnia ważona ocen formujących.

WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Warunkiem koniecznym i wystarczającym zaliczenia przedmiotu jest uzyskanie więcej niż połowy maksymalnej sumarycznej liczby punktów z „klasówek” oraz więcej niż połowy maksymalnej sumarycznej liczby punktów z testów dotyczących zagadnień teoretycznych.

KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie zna podstawowych pojęć, faktów i przykładów przedstawionych na wykładzie.
NA OCENĘ 3.0	Student wykazuje elementarną orientację w zagadnieniach teoretycznych omówionych na wykładzie oraz ilustrujących je przykładach.
NA OCENĘ 3.5	Student orientuje się w całokształcie materiału teoretycznego przedstawionego na wykładzie. W większości przypadków rozumie związek tego materiału z praktyką zadaniową.
NA OCENĘ 4.0	Student zna i rozumie całokształt materiału teoretycznego omówionego na wykładzie. Rozumie również związek tego materiału z praktyką zadaniową.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazuje się biegłą znajomością i pogłębionym rozumieniem (obejmującym dowody niektórych twierdzeń) całokształtu zagadnień teoretycznych omówionych na wykładzie. W pełni rozumie związki tych zagadnień z praktyką zadaniową.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazuje się biegłą znajomością i głębokim rozumieniem całokształtu materiału teoretycznego omówionego na wykładzie, jak również związków tego materiału z praktyką zadaniową. Stawia rozsądne pytania dotyczące kwestii teoretycznych.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi rozwiązywać nawet najprostszych zadań z zakresu wymienionego w opisie efektu kształcenia.

NA OCENĘ 3.0	Student poprawnie rozwiązuje typowe nieskomplikowane zadania z zakresu wymienionego w opisie efektu kształcenia.
NA OCENĘ 3.5	Student poprawnie rozwiązuje typowe zadania z zakresu wymienionego w opisie efektu kształcenia, zarówno proste, jak i mające średni stopień trudności.
NA OCENĘ 4.0	Student poprawnie rozwiązuje typowe zadania – także trudniejsze – z zakresu wymienionego w opisie efektu kształcenia. Rozwiązania, które przedstawia, są klarownie zredagowane.
NA OCENĘ 4.5	Student poprawnie rozwiązuje zadania – także trudne i mniej typowe – z zakresu wymienionego w opisie efektu kształcenia, Rozwiązania, które przedstawia, są bardzo klarownie zredagowane.
NA OCENĘ 5.0	Student poprawnie rozwiązuje zadania – także bardzo trudne i nietypowe – z zakresu wymienionego w opisie efektu kształcenia. Rozwiązania, które przedstawia, są wysoce klarowne; część z nich odznacza się oryginalnością.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie potrafi rozwiązywać nawet najprostszych zadań z zakresu wymienionego w opisie efektu kształcenia.
NA OCENĘ 3.0	Student poprawnie rozwiązuje elementarne zadania z tematyki wymienionej w opisie efektu kształcenia, zbliżone do zadań omawianych na zajęciach.
NA OCENĘ 3.5	Student poprawnie rozwiązuje typowe zadania z zakresu wymienionego w opisie efektu kształcenia, zarówno proste, jak i mające średni stopień trudności.
NA OCENĘ 4.0	Student poprawnie rozwiązuje typowe zadania – także trudniejsze – z zakresu wymienionego w opisie efektu kształcenia. Rozwiązania, które przedstawia, są klarownie zredagowane.
NA OCENĘ 4.5	Student poprawnie rozwiązuje zadania – także trudne i mniej typowe – z zakresu wymienionego w opisie efektu kształcenia, Rozwiązania, które przedstawia, są bardzo klarownie zredagowane.
NA OCENĘ 5.0	Student poprawnie rozwiązuje zadania – także bardzo trudne i nietypowe – z zakresu wymienionego w opisie efektu kształcenia. Rozwiązania, które przedstawia, są wysoce klarowne; część z nich odznacza się oryginalnością.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazuje zainteresowania przedmiotem, nie bierze udziału w dyskusjach i nie wykazuje żadnej aktywności merytorycznej na zajęciach.
NA OCENĘ 3.0	Student wykazuje pewne zainteresowanie przedmiotem. Co najmniej raz wziął zauważalny i rozsądny udział w dyskusji merytorycznej na zajęciach, konsultacjach lub w ramach kursu internetowego.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazuje zainteresowanie przedmiotem. Jego aktywność na zajęciach jest zauważalna. Regularnie bierze udział w dyskusjach merytorycznych.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazuje zainteresowanie przedmiotem. Jego aktywność na zajęciach jest znaczna. Często bierze udział w dyskusjach merytorycznych. Stawia pytania świadczące o chęci rozszerzenia i pogłębienia wiadomości.

NA OCENĘ 4.5	Student wykazuje poważne zainteresowanie przedmiotem. Jego aktywność na zajęciach jest bardzo duża. Stale angażuje się w dyskusje merytoryczne. Poszukuje dodatkowych informacji i często stawia pytania służące poszerzeniu i pogłębieniu wiedzy.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazuje bardzo poważne zainteresowanie przedmiotem. Wyróżnia się aktywnością na zajęciach, zaangażowaniem w dyskusje merytoryczne i ciekawością. Skutecznie poszukuje dodatkowych informacji i bardzo często stawia pytania służące poszerzeniu i pogłębieniu wiedzy.

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	EiA_W01	Cel 1 Cel 3	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13	N1 N2 N3 N4	F2 F3 F4 P1
EK2	EiA_U01	Cel 2 Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7	N2 N3 N4 N5	F1 F2 F4 P1
EK3	EiA_U01	Cel 2 Cel 3	C8 C9 C10	N2 N3 N4 N5	F1 F2 F4 P1
EK4	EiA_K02	Cel 3	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13	N1 N2 N3 N4	F2 F4 P1

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | J. Klukowski, I. Nabiałek — *Algebra dla studentów*, Warszawa, 2012, Wydawnictwo WNT
- [2] | I. Nabiałek — *Zadania z algebry liniowej*, Warszawa, 2006, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne
- [3] | J. Rutkowski — *Algebra liniowa w zadaniach*, Warszawa, 2012, Wydawnictwo Naukowe PWN

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **T. Jurlewicz, Z. Skoczylas** — *Algebra i geometria analityczna: definicje, twierdzenia, wzory*, Wrocław, 2016, Oficyna Wydawnicza GiS
- [2] | **T. Jurlewicz, Z. Skoczylas** — *Algebra i geometria analityczna: przykłady i zadania*, Wrocław, 2017, Oficyna Wydawnicza GiS
- [3] | **W. Stankiewicz** — *Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych. Cz. 1 A-B*, Warszawa, 1998, Wydawnictwo Naukowe PWN

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH**OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ**

dr Marcin Skrzyński (kontakt: mskrzynski@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Marcin Skrzyński (kontakt: mskrzynski@pk.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....