

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2012/2013

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: niestacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                       |
|-----------------------------------------|-----------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Geometria różniczkowa |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM |                       |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WFMiI M oIIN C1 12/13 |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty kierunkowe |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 7.00                  |
| SEMESTRY                                | 3                     |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 3       | 18     | 18        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Celem przedmiotu jest wprowadzenie do współczesnej geometrii różniczkowej i w szczególności do współczesnej geometrii riemannowskiej.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Analiza matematyczna, algebra liniowa

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Pojęcie rozmaitości, mapa, atlas, podrozmaitości, odwzorowania gładkie, submersja, immersja, tw. o rzędzie

**EK2 Wiedza** Wiązki wektorowe. Wiązki styczna i kostyczna, pola wektorowe i tensorowe, grupa jednoparametrowa pola wektorowego, formy różniczkowe, różniczka zewnętrzna, pochodna Liego.

**EK3 Wiedza** Koneksja liniowa na wiązce wektorowej. Tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, geodezyjne, współrzędne normalne, tożsamości Bianchi.

**EK4 Wiedza** Geometria Riemanna. Przestrzeń Riemanna, koneksja Leviego-Civity, krzywizna sekcyjna, rozmaitości o stałej krzywiznie sekcyjnej, metryka w przestrzeni Riemanna, tw. Hopfa-Rinowa

**EK5 Umiejętności** Obliczanie współczynników Christoffela danej metryki, wyznaczanie krzywizny sekcyjnej, wyznaczanie geodetyk

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                   |                  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                            | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Wiadomości wstępne. Pojęcie rozmaitości, mapa, atlas, podrozmaitości, odwzorowania gładkie, submersja, immersja.                                                                  | 2                |
| <b>W2</b> | Wiązki wektorowe. Wiązki styczna i kostyczna, pola wektorowe i tensorowe, grupa jednoparametrowa pola wektorowego, formy różniczkowe, różniczka zewnętrzna, pochodna Liego.       | 4                |
| <b>W3</b> | Koneksja liniowa na wiązce wektorowej. Tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, geodezyjne, współrzędne normalne, tożsamości Bianchi.                         | 5                |
| <b>W4</b> | Geometria Riemanna. Przestrzeń Riemanna, koneksja Leviego-Civity, krzywizna sekcyjna, rozmaitości o stałej krzywiznie sekcyjnej, metryka w przestrzeni Riemanna, tw. Hopfa-Rinowa | 7                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                               |                  |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                        | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Konstrukcja atlasów na rozmaitościach, obliczanie rzędu odwzorowań gładkich, konstrukcja pod-rozmaitości za pomocą submersji. | 2                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                            |                  |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                     | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C2</b> | Konstrukcja wiązki stycznej, budowanie przykładów wiązek trywialnych i nietrywialnych, obliczanie grup jednoparametrowych pól wektorowych.                                 | 4                |
| <b>C3</b> | Obliczanie współczynników koneksji we współrzędnych lokalnych, obliczanie geodezyjnych we współrzędnych lokalnych.                                                         | 5                |
| <b>C4</b> | Wyznaczanie koneksji Leviiego-Civity dwuwymiarowych przestrzeni o stałej krzywiznie, obliczanie współrzędnych lokalnych tensora krzywizny, obliczanie krzywizny sekcijnej. | 7                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 0                                                       |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 10                                                      |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 10                                                      |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 154                                                     |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 0                                                       |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>174</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 7.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

OCENA FORMUJĄCA

F1 Kolokwium

**F2** Ćwiczenie praktyczne**OCENA PODSUMOWUJĄCA****P1** Egzamin pisemny**P2** Egzamin ustny**KRYTERIA OCENY**

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Nie spełnia wymogów na ocenę 3                                                                                                                                                                                          |
| NA OCENĘ 3.0        | student zna definicję rozmaitości, atlasu, odwzorowania gładkiego rozmaitości, submersji i immersji                                                                                                                     |
| NA OCENĘ 3.5        | student zna definicję podrozmaitości i tw. o odwzorowaniu o stałym rzędzie                                                                                                                                              |
| NA OCENĘ 4.0        | student zna tw. o podrozmaitości danej jako przeciwobraz punktu przez submersję                                                                                                                                         |
| NA OCENĘ 4.5        | student zna dowód tw. o podrozmaitości danej jako przeciwobraz punktu przez submersję                                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 5.0        | Bezbłędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.                                                                                                                                                              |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                                                                                                                                                         |
| NA OCENĘ 2.0        | Nie spełnia wymogów na ocenę 3                                                                                                                                                                                          |
| NA OCENĘ 3.0        | student zna def. wiązki wektorowej, wiązki stycznej i kostycznej, pola wektorowego i tensorowego, formy różniczkowej, jednoparametrowej pseudogrupy pola wektorowego, definicję przestrzeni tensorowej i jej własności. |
| NA OCENĘ 3.5        | student zna def. pochodnej Liego i pochodnej zewnętrznej form różniczkowych                                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 4.0        | student zna własności pochodnej Liego i potrafi ją obliczać, potrafi obliczyć różniczkę zewnętrzną formy różniczkowej                                                                                                   |
| NA OCENĘ 4.5        | student zna tw. o charakteryzacji pola tensorowego jako odwzorowania wieloliniowego nad algebrą funkcji gładkich                                                                                                        |
| NA OCENĘ 5.0        | Bezbłędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.                                                                                                                                                              |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                                                                                                                                                         |
| NA OCENĘ 2.0        | Nie spełnia wymogów na ocenę 3                                                                                                                                                                                          |
| NA OCENĘ 3.0        | student zna pojęcie koneksja liniowa na wiązce wektorowej. def. tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, geodezyjne, współrzędne normalne, tożsamości Bianchi.                                      |
| NA OCENĘ 3.5        | student zna pojęcie współrzędnych normalnych i tw. o istnieniu geodezyjnie wypukłego otoczenia oraz odwzorowania exp, def. geodezyjnej i jej własności                                                                  |

|                     |                                                                                                                                                                                  |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.0        | student zna pojęcie koneksja liniowa na wiązce wektorowej. def. tensory krzywizny i torsji i ich interpretacja geometryczna, pojęcie przesunięcia równoległego                   |
| NA OCENĘ 4.5        | Student zna geometryczną interpretację koneksji, tożsamości Bianchi z dowodem                                                                                                    |
| NA OCENĘ 5.0        | Bezbłędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.                                                                                                                       |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 2.0        | Nie spełnia wymogów na ocenę 3                                                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 3.0        | student zna def. Geometrii Riemanna. przestrzeni Riemanna, koneksji Levi-Civita, krzywizny sekcijnej, rozmaitości o stałej krzywiznie sekcijnej, metryki w przestrzeni Riemanna, |
| NA OCENĘ 3.5        | student zna tw. o minimalizowaniu odległości przez geodetykę, pojęcie zupełności i tw. Hopfa-Rinowa                                                                              |
| NA OCENĘ 4.0        | student zna geometryczną interpretację krzywizny sekcijnej,                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 4.5        | student zna lemat Gaussa wraz z dowodem i szkic dowodu tw. Hopfa -Rinowa                                                                                                         |
| NA OCENĘ 5.0        | Bezbłędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.                                                                                                                       |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 5 |                                                                                                                                                                                  |
| NA OCENĘ 2.0        | Nie spełnia wymogów na ocenę 3                                                                                                                                                   |
| NA OCENĘ 3.0        | student potrafi wyznaczać współczynniki Christoffela                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.5        | student potrafi wyznaczać współrzędne tensora krzywizny                                                                                                                          |
| NA OCENĘ 4.0        | Student wyznacza równanie geodetyk                                                                                                                                               |
| NA OCENĘ 4.5        | Student wyznacza krzywiznę sekcijną                                                                                                                                              |
| NA OCENĘ 5.0        | Bezbłędnie i płynnie odpowiada na pytania na niższe oceny.                                                                                                                       |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------|-----------------------|---------------|
| EK1               | K_W02, K_W05, K_K07                                                            | Cel 1           | W1 C1             | N1 N2                 | F1 F2 P1      |

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU | TREŚCI PROGRAMOWE          | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------|-----------------------|---------------|
| EK2               | K_W04, K_W05, K_K04                                                            | Cel 1           | W2 C2                      | N1 N2                 | F1 F2 P1      |
| EK3               | K_W04, K_W05, K_K04                                                            | Cel 1           | W3 C3                      | N1 N2                 | F1 F2 P1      |
| EK4               | K_W04, K_W05, K_U13                                                            | Cel 1           | W4 C4                      | N1 N2                 | F1 F2 P1      |
| EK5               | K_W01, K_U04, K_U13, K_U14                                                     | Cel 1           | W1 W2 W3 W4<br>C1 C2 C3 C4 | N1 N2                 | F1 F2 P1      |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | R. Sulanke, P. Wintgen — *Geometria różniczkowa i teoria wiązek* ia, Warszawa, 1977, PWN
- [2] | S. Kobayashi, K. Nomizu — *Foundations of Differential Geometry*, New York, 1963, Interscience Publishers

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | M. Postnikov — *Lectures in Geometry*, Moskwa, 1989, MIR

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr hab. Włodzimierz Jelonek (kontakt: [wjelon@pk.edu.pl](mailto:wjelon@pk.edu.pl))

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 dr hab. Włodzimierz Jelonek (kontakt: [wjelon@pk.edu.pl](mailto:wjelon@pk.edu.pl))

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....