

POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2013/2014

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Analiza matematyczna I
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIS B6 13/14
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty podstawowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	10.00
SEMESTRY	2

2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
2	60	60	0	0	0	0

3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie studentów z wybranymi pojęciami analizy funkcjonalnej występującymi w analizie matematycznej.

Cel 2 Zapoznanie studentów z podstawowymi faktami dotyczącymi ciągów i szeregów o wyrazach w przestrzeniach Banacha.

Cel 3 Odwzorowania z przestrzeni R_n do R_m i ich ciągłość.

Cel 4 Różniczkowanie i całkowanie funkcji jednej zmiennej rzeczywistej.

Cel 5 Różniczkowanie odwzorowań z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha.

4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie przedmiotów matematycznych z pierwszego semestru

5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

EK1 Wiedza Student zna podstawowe definicje i twierdzenia z teorii przestrzeni metrycznych, unormowanych, przestrzeni Banacha (ze szczególnym uwzględnieniem przestrzeni R_n) i przestrzeni odwzorowań liniowych i wieloliniowych ciągłych.

EK2 Umiejętności Student umie badać czy dane odwzorowanie jest metryką, normą, potrafi badać ciągi i szeregi funkcyjne, umie podawać przykłady przestrzeni Banacha, potrafi obliczać granice ciągów i badać ciągłość funkcji.

EK3 Wiedza Student zna podstawowe fakty z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Ponadto zna definicję pochodnej (różniczki) odwzorowań z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha, zna też definicję pochodnej kierunkowej i pochodnych cząstkowych.

EK4 Umiejętności Student umie obliczać pochodne i badać przebieg zmienności funkcji jednej zmiennej rzeczywistej, zna twierdzenie Taylora i jego zastosowania, potrafi obliczać całki nieoznaczone, potrafi obliczać pochodne kierunkowe i pochodne cząstkowe.

6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W1	Jednopunktowe i dwupunktowe uzwarcie zbioru liczb rzeczywistych, przestrzenie metryczne i ich topologia (przypomnienie).	2
W2	Norma, przestrzenie unormowane, metryka wyznaczona przez normę, topologia przestrzeni unormowanej, iloczyn kartezjański przestrzeni unormowanych.	4
W3	Przykłady przestrzeni unormowanych: przestrzeń R_n , przestrzeń funkcji ograniczonych, przestrzeń ciągów liczbowych ograniczonych, przestrzeń funkcji ciągłych na zbiorze zwartym.	2
W4	Ciągi w przestrzeniach unormowanych i ich zbieżność, zupełność przestrzeni unormowanej, przestrzeń Banacha, ciągi funkcyjne i ich zbieżność, zbieżność jednostajna.	3
W5	Iloczyn kartezjański przestrzeni Banacha, iloczyn skalarny, przestrzenie unitarne, nierówność Schwarz'a, przestrzeń Hilberta.	3
W6	Odwzorowania liniowe i wieloliniowe ciągłe, przestrzeń odwzorowań liniowych i wieloliniowych ciągłych.	4

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W7	Normy równoważne, równoważność norm w przestrzeniach skończenie wymiarowych, izomorfizmy i izometrie.	2
W8	Szeregi w przestrzeniach Banacha.	2
W9	Twierdzenie o otwartości zbioru izomorfizmów przestrzeni Banacha.	2
W10	Ciągłość odwzorowań z R_n do R_m .	2
W11	Przypomnienie i uzupełnienie faktów dotyczących ciągłości funkcji jednej zmiennej rzeczywistej.	2
W12	Granice specjalne i ich uogólnienia.	2
W13	Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej rzeczywistej.	6
W14	Reguła de l'Hospitala i jej zastosowania.	2
W15	Wzór Taylora i jego zastosowania. Ekstrema i monotoniczność, wklęsłość i wypukłość, punkty przegięcia i asymptoty. Szkicowanie wykresów funkcji.	6
W16	Całka nieoznaczona, definicja i podstawowe twierdzenia: całkowanie przez części, podstawienie i zamianę zmiennej.	2
W17	Ułamki proste i ich całkowanie. Całkowanie funkcji wymiernych.	2
W18	Całkowanie funkcji niewymiernych.	2
W19	Całkowanie funkcji wymiernych od funkcji trygonometrycznych.	2
W20	Funkcja wektorowa argumentu skalarnego, jej ciągłość i różniczkowanie.	2
W21	Pochodne kierunkowe i pochodne cząstkowe.	2
W22	Pochodna (różniczka) odwzorowania z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha.	2
W23	Przykłady obliczania pochodnych (różniczek) odwzorowań, postać macierzowa.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Własności modułu, metryki, wyznaczanie kul otwartych, domkniętych, badanie zbieżności ciągów w uzwarceniu R .	2
C2	Sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest normą, równoważność norm, nierówność Minkowskiego, przestrzenie ciągów zbieżnych, zbieżnych do zera, sumowalnych z p -tą potęgą, przestrzenie funkcyjne.	4

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C3	Badanie zbieżności ciągów w przestrzeniach unormowanych ze szczególnym uwzględnieniem przestrzeni funkcji ciągłych zbieżność jednostajna i punktowa.	4
C4	Sprawdzanie zupełności przestrzeni unormowanej, zupełność przestrzeni ciągów lp.	2
C5	Iloczyn skalarny, sprawdzanie czy zadana norma pochodzi od iloczynu skalarnego.	3
C6	Sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest liniowe, badanie ciągłości, wyznaczanie normy odwzorowania liniowego, sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest wieloliniowe, badanie ciągłości, wyznaczanie normy odwzorowania wieloliniowego.	4
C7	Badanie zbieżności szeregów przy pomocy twierdzenia o zbieżności, wykorzystanie kryteriów Dirichleta, Abela, Weierstrassa, sprawdzanie zbieżności bezwzględnej szeregów, zbieżność szeregów funkcyjnych, wykorzystanie twierdzenia o sumie szeregu zbieżnego jednostajnie.	3
C8	Badanie ciągłości funkcji wektorowej argumentu skalarnego, zestawienia odwzorowań, funkcje wielu zmiennych, wyznaczanie granic podwójnych, iterowanych, ciągłość funkcji z R_n do R_m .	4
C9	Badanie ciągłości funkcji jednej zmiennej, odwracalności, wyznaczanie granic przy pomocy granic specjalnych.	2
C10	Obliczanie pochodnych, wskazywanie przykładów funkcji ciągłych i nieróżniczkowalnych, różniczkowalnych o nieciągłej pochodnej, klasa C_k , wykorzystanie pochodnej logarytmicznej, zastosowanie wzoru Peano, wyznaczanie pochodnych rzędów wyższych, zastosowanie twierdzeń Rolle'a, Lagrange'a, Cauchyego.	8
C11	Zastosowanie reguły de l'Hospitala.	2
C12	Wykorzystanie monotoniczności funkcji do wykazywania nierówności, wykazywanie tożsamości, wyznaczanie ekstremów globalnych funkcji, badanie przebiegu zmienności funkcji, wykorzystanie wzoru Taylora.	6
C13	Wykorzystanie twierdzeń o całkowaniu przez części, o całkowaniu przez podstawianie, zmianę zmiennych.	2
C14	Całkowanie przez rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste.	2
C15	Całkowanie funkcji niewymiernych całkowanie funkcji wymiernej od pierwiastka stopnia n-tego funkcji liniowej, homograficznej, pierwiastka funkcji kwadratowej, podstawienia Eulera, metoda współczynników nieoznaczonych.	2
C16	Całkowanie funkcji trygonometrycznych.	2
C17	Pochodna funkcji wektorowej, zastosowanie reguł różniczkowania, zastosowanie uogólnień twierdzeń Lagrange'a i Cauchyego.	2
C18	Wyznaczanie pochodnej kierunkowej, pochodnych cząstkowych, wykorzystanie twierdzenia o przyrostach, obliczanie pochodnych cząstkowych wyższych rzędów.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C19	Wyznaczanie pochodnej odwzorowania z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha, pochodnych cząstkowych funkcji określonej na iloczynie kartezjańskim przestrzeni Banacha.	2
C20	Wykorzystanie związku pochodnej z pochodnymi cząstkowymi, wyznaczanie macierzy Jacobiego	2

7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Konsultacje

N3 Zadania tablicowe

N4 Praca w grupach

8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:	
Godziny wynikające z planu studiów	120
Konsultacje przedmiotowe	0
Egzaminy i zaliczenia w sesji	0
Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	0
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA	120
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	10.00

9 SPOSOBY OCENY

Obok obowiązkowej obecności warunkiem otrzymania zaliczenia z ćwiczeń jest co najmniej 50

OCENA FORMUJĄCA**F1** Kolokwium**F2** Odpowiedź ustna**OCENA PODSUMOWUJĄCA****P1** Egzamin pisemny**P2** Egzamin ustny**P3** Średnia ważona ocen formujących**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU****W1** Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń.**W2** Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej.**W3** Ocena końcowa jest średnią ważoną ocen P1, P2, P3.**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęć z zakresu wyłożonego materiału.
NA OCENĘ 3.5	Student zna w dostatecznym stopniu z zakresu wyłożonego materiału i umie zilustrować je przykładami.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady ich zastosowania.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz idee dowodów.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia i podawać przykłady oraz pełne dowody.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student umie sprawdzić czy dane odwzorowanie jest normą, iloczynem skalarnym, umie podawać przykłady przestrzeni Banacha, potrafi badać zbieżność ciągów i szeregów funkcyjnych, wykazywać liniowość i wieloliniowość odwzorowań.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi wyznaczać normy odwzorowań liniowych, badać zbieżność ciągów w przestrzeniach unormowanych.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi badać zbieżność szeregów w przestrzeniach unormowanych.

NA OCENĘ 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje (takie jak pochodna, ekstrema funkcji rzeczywistej, monotoniczność, wypukłość, całka nieoznaczona, metody całkowania) i podstawowe twierdzenia tego działu.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznać pojęcia i definicje zilustrować przykładami.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności między twierdzeniami tego działu.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student umie obliczać pochodne i badać przebieg zmienności funkcji jednej zmiennej rzeczywistej, zna twierdzenie Taylora i jego zastosowania, potrafi obliczać całki nieoznaczone metodami podstawiania i całkowania przez części, potrafi obliczać pochodne kierunkowe i pochodne cząstkowe.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi zastosować rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej w zadaniach optymalizacyjnych, potrafi całkować funkcje wymierne, niewymierne i trygonometryczne.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi dowodzić pewne twierdzenia i własności w oparciu o twierdzenia poznane na wykładzie takie jak twierdzenia Rolle'a, Lagrange'a.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.

NA OCENĘ 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.
--------------	---

10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W02 K_W04 K_W05	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9	N1 N2 N3	P1 P2 P3
EK2	K_U01 K_U02 K_U08 K_U10 K_U22 K_U35 K_K01 K_K02 K_K03 K_K04 K_K05 K_K06	Cel 2	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C11	N2 N3	F1 F2
EK3	K_W02 K_W05 K_W07	Cel 3	W10 W11 W12 W13 W14 W15 W16 W17 W18 W19 W20 W21 W22 W23	N1 N2 N3	P1 P2 P3
EK4	K_U01 K_U03 K_U09 K_U10 K_U12 K_U13 K_K01 K_K02 K_K03 K_K04 K_K05 K_K06	Cel 4	W10 W11 W12 W13 W14 W15 W16 W17 W18 W19 W20 W21 W22 W23 C10 C12 C13 C14 C15 C16 C17 C18 C19 C20	N2 N3	F1 F2

11 WYKAZ LITERATURY

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] T. Winiarska, T. Winiarski — *Wykłady z Analizy Matematycznej*, Kraków, 2010, Wyd. PK
- [2] W. Kołodziej — *Analiza Matematyczna*, Warszawa, 1983, PWN
- [3] W. Rudin — *Podstawy Analizy Matematycznej*, Warszawa, 1969, PWN

- [4] **W. Stankiewicz** — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni Technicznych*, Warszawa, 1983, PWN
- [5] **B. Demidowicz** — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka
- [6] **J. Banaś, S. Wędrychowicz** — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2001, WNT

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] **J. Dieudonne** — *Foundations of Modern Analysis*, New York and London, 1960, Academic Press
- [2] **L. M. Drużkowski** — *Analiza Matematyczna. Podstawy*, Kraków, 1998, Wyd. UJ
- [3] **W. Kaczor, M. Nowak** — *Zadania z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2005, PWN

12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Mariusz Jużyniec (kontakt: juzyniec@pk.edu.pl)

OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

- 1 dr hab., prof. PK Teresa Winiarska (kontakt: twiniars@pk.edu.pl)
- 2 dr Witold Obłóza (kontakt: obloza@pk.edu.pl)
- 3 dr Beata Strycharz-Szemberg (kontakt: szemberg@pk.edu.pl)
- 4 mgr Krzysztof Wesołowski (kontakt: krzysztof.wesolowski@im.uj.edu.pl)

13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....

.....

.....

.....