

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2013/2014

Wydział Mechaniczny

Kierunek studiów: Informatyka Stosowana

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: stacjonarne

Kod kierunku: S

Stopień studiów: I

Specjalności: Informatyka Stosowana

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Matematyka dyskretna
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	Discrete mathematics
KOD PRZEDMIOTU	WM INFST oIS B3 13/14
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty podstawowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	5.00
SEMESTRY	2

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	PROJEKT	SEMINARIUM
2	30	30	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zapoznanie z metodami rozumowania i dowodzenia stosowanymi w matematyce dyskretniej; w tym z zasadą indukcji, silnej indukcji i dowodzeniem niewprost. Rozwinięcie umiejętności ścisłego przedstawiania argumentacji.

**Cel 2** Zapoznanie z elementami teorii liczb i ich praktycznymi zastosowaniami. Umiejętność rozwiązywania problemów z nimi związanych.

**Cel 3** Zapoznanie z podstawowymi pojęciami i algorytmami teorii grafów.

**Cel 4** Zaznajomienie z metodami logiki matematycznej, z jej formalizmem i praktycznymi zastosowaniami.

**Cel 5** Zapoznanie z podstawowymi obiektami kombinatorycznymi i metodami ich zliczania.

**Cel 6** Zaznajomienie z podstawowym aparatem matematycznym stosowanym przy analizie złożoności obliczeniowej problemów algorytmicznych: notacją  $O$ , klasą  $P$  i  $NP$ .

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczony przedmiot Algebra liniowa i geometria analityczna.

2 Zaliczony przedmiot Analiza matematyczna.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna pojęcia matematyki dyskretnej przedstawione na wykładzie. Umie podać ich precyzyjne definicje, przykłady i kontrprzykłady. Zna wypowiedzi twierdzeń i przynajmniej niektóre z nich potrafi udowodnić.

**EK2 Umiejętności** Student potrafi przeprowadzić ścisłe rozumowanie i stosować poznane metody dowodzenia.

**EK3 Umiejętności** Student umie stosować algorytmy: Fleury'ego, Dijkstry i przybliżone algorytmy do rozwiązywanie problemu komiwojażera. Zna i umie stosować algorytm teorii liczb: algorytm Euklidesa, zapisywanie liczb w systemach o różnych podstawach. Umie rozwiązywać zależności rekurencyjne, równania kongruencyjne, układy liniowych równań kongruencyjnych i liniowe równania diofantyczne rzędu 1. Zna algorytm RSA.

**EK4 Kompetencje społeczne** Student bierze udział w dyskusji. Zgłasza pomysły rozwiązania zagadnień. Szanuje innych uczestników dyskusji. Swoje sądy przedstawia precyzyjnie i zrozumiale. Dbą o poprawność przedstawianej argumentacji.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Zbiory liczbowe. Przeliczalność zbioru liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i nieprzeliczalność przedziału $(0,1)$ i zbioru liczb rzeczywistych.. Zasada dobrego uporządkowania. Zasada indukcji matematycznej i silna zasada indukcji matematycznej. Ich wzajemne wynikanie. Algorytm dzielenia. Niezmienniki pętli.	5
<b>W2</b>	Problemy prowadzące do zależności rekurencyjnych. Ciąg liczb Fibonacciego. Rozwiązywanie liniowych zależności rekurencyjnych rzędów 1,2 i 3. Szeregi formalne (funkcje tworzące).	5
<b>W3</b>	Relacje.Własności relacji. Relacje równoważności.Relacja przystawania modulo $n$ i jej zgodność z działaniami arytmetycznymi. Relacje częściowego porządku. Diagramy Hassego.	6

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
W4	Relacja podzielności. NWD. Algorytm Euklidesa i jego zastosowania. Rozwiązywanie liniowych równań diofantycznych rzędu 1. Rozwiązywanie liniowych równań kongruencyjnych i układów takich równań. Liczby pierwsze i ich zastosowania. Małe Twierdzenie Fermata. algorytm RSA.	8.5
W5	Wprowadzenie do teorii grafów. Spójność, lemat o uściskach dłoni, macierz grafu. Izomorfizm grafów. Grafy eulerowskie i półeulerowskie. Algorytm Fleury'ego. Problem najkrótszej drogi i algorytm Dijkstry. Problem chińskiego listonosza i sposób jego rozwiązywania. Grafy hamiltonowskie. Twierdzenie Diraca.	3
W6	Notacja O. Złożoność obliczeniowa algorytmu. Klasy: P i NP. Pojęcie redukcji wielomianowej, problemu NP-trudnego, NP-zupełnego. Problem rozstrzygania, czy graf jest hamiltonowski jako problem NP-zupełny.	1
W7	Problem komiwojażera. Redukcja wielomianowa problemu, czy graf jest hamiltonowski do problemu komiwojażera. NP-zupełność problemu komiwojażera. Algorytmy przybliżone do rozwiązywania problemu komiwojażera; ich złożoność obliczeniowa.	1
W8	Drzewa - definicja i warunki równoważne.	0.5

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Ćwiczenia w stosowaniu Zasady Indukcji Matematycznej.	3
C2	Niezmienniki pętli.	2
C3	Zagadnienia praktyczne prowadzące do relacji rekurencyjnych. Rozwiązywanie tych zagadnień. Metoda równania charakterystycznego i metoda przewidywań.	4
C4	Funkcje tworzące. Rozwijanie funkcji w szereg formalny. Stosowanie funkcji tworzących do rozwiązywania zależności rekurencyjnych.	2
C5	Pojęcie i własności relacji. Relacje częściowego porządku. Diagramy Hassego. Relacje równoważności. Klasy równoważności. Zbiór ilorazowy.	6
C6	Relacja przystawania modulo n. Własności tej relacji.	2
C7	Algorytm dzielenia. Przedstawianie liczb w systemach cyfrowych o różnych podstawach.	2
C8	Algorytm Euklidesa. Równania diofantyczne. Równania kongruencyjne. Układy równań kongruencyjnych.	3
C9	Zastosowania Małego Twierdzenia Fermata. Kodowanie i odkodowywanie algorytmem RSA.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C10	Ćwiczenia na temat podstawowych pojęć z teorii grafów. Izomorfizm grafów. Grafy eulerowskie i póleulerowskie. Algorytm Fleury ego. Badanie, czy graf jest hamiltonowski.	4

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

N3 Prezentacje multimedialne

N4 Platforma Moodle

N5 Dyskusja

N6 Konsultacje

N7 Praca w grupach

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	0
Konsultacje przedmiotowe	2
Egzaminy i zaliczenia w sesji	6
Dyskusje na forum przy użyciu platformy Moodle.	7
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	30
Opracowanie wyników	12
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	8
Samodzielne przyswajanie treści wykładów. Platforma Moodle	25
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>90</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	5.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Zadanie tablicowe

F2 Ćwiczenie praktyczne

F3 Odpowiedź ustna

F4 Kolokwium

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Średnia ważona ocen formujących

P2 Egzamin pisemny

P3 Egzamin ustny

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

W1 Ocena końcowa jest średnią z trzech ocen podsumowujących. W przypadku wyniku pośredniego, zaokrąglany jest on w kierunku oceny P1.

W2 Ocena co najmniej dostateczna z P1 jest warunkiem koniecznym przystąpienia do egzaminu pisemnego. Ocena co najmniej dostateczna P2 jest warunkiem koniecznym przystąpienia do egzaminu ustnego.

### OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

B1 Ćwiczenie praktyczne

B2 Test

B3 Ocena aktywności na platformie Moodle

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.

NA OCENĘ 3.0	<p>                     Student potrafi PODAĆ poprawną i ścisłą DEFINICJĘ każdego z następujących pojęć. Potrafi je także intuicyjnie objaśnić, zilustrować przykładami i zastosować: relacja, relacja równoważności, relacja częściowego porządku, podzielność, liczba pierwsza, przystawanie modulo <math>n</math>, najmniejszy wspólny dzielnik, graf prosty nieskierowany, graf z wagami, macierz grafu, spójność, graf pełny, pusty, graf eulerowski, półeulerowski, graf hamiltonowski. Student potrafi INTUICYJNIE OBJAŚNIĆ I ZILUSTROWAĆ PRZYKŁADAMI CO NAJMNIEJ POŁOWĘ z następujących pojęć: niezmiennik petli, relacja zwrotna, symetryczna, przechodnia; droga, cykl, droga prosta, droga prosta acykliczna w grafie prostym nieskierowanym, notacja <math>O</math>, liniowa zależność rekurencyjna rzędu 1 lub 2. Student UMIE WYMIENIĆ co najmniej cztery grafy platońskie. Student potrafi PRZEDSTAWIĆ problem komiwojażera, zagadnienie najkrótszej drogi, zagadnienie Chińskiego Listonosza Student potrafi POPRAWNIE WYPOWIEDZIEĆ I ZASTOSOWAĆ każde z następujących twierdzeń: zasadę indukcji matematycznej, lemat o uściskach dłoni, Twierdzenie Eulera charakteryzujące grafy eulerowskie. Student potrafi poprawnie WYPOWIEDZIEĆ CO NAJMNIEJ POŁOWĘ z następujących twierdzeń: Silną Zasadę Indukcji, algorytm dzielenia, tw. , że <math>NWD(a,b)</math> jest kombinacją liniową liczb <math>a</math> i <math>b</math> o współczynnikach całkowitych, Twierdzenie Eulera charakteryzujące grafy półeulerowskie, twierdzenie charakteryzujące drzewa, twierdzenie Diraca, twierdzenie o rozwiązywaniu liniowych jednorodnych zależności rekurencyjnych. Student potrafi podać dowody prostych twierdzeń i wniosków, w tym twierdzenia, że każdy dzielnik liczb <math>a</math> i <math>b</math> jest też dzielnikiem ich kombinacji liniowej o współczynnikach całkowitych.                 </p>
NA OCENĘ 3.5	<p>                     Student spełnia kryteria na ocenę 3.0. Ponadto, potrafi PODAĆ poprawną i ścisłą DEFINICJĘ także każdego z następujących pojęć: klasa równoważności relacji równoważności, relacja antysymetryczna, relacja częściowego porządku; relacja podzielności, relacja przystawania modulo <math>n</math>; porządek leksykograficzny na iloczynie kartezyjskim zbiorów liniowo uporządkowanych. droga w grafie, droga prosta, droga prosta acykliczna. las , notacja <math>O</math>. Student potrafi INTUICYJNIE OBJAŚNIĆ I ZILUSTROWAĆ PRZYKŁADAMI CO NAJMNIEJ POŁOWĘ z następujących pojęć: zbiór ilorazowy, klasy <math>P</math> i <math>NP</math>. Student UMIE WYMIENIĆ własności zachowane przez izomorfizm grafów. Student potrafi PRZEDSTAWIĆ każde z następujących zagadnień: kodowanie z kluczem publicznym, zagadnienie najkrótszej drogi, problem chińskiego listonosza. Student potrafi POPRAWNIE WYPOWIEDZIEĆ I ZASTOSOWAĆ każde z następujących twierdzeń: silną zasadę indukcji matematycznej, lemat o uściskach dłoni, Twierdzenie Eulera charakteryzujące grafy półeulerowskie, twierdzenie charakteryzujące drzewa, twierdzenie Diraca. twierdzenie o rozwiązywaniu liniowych zależności rekurencyjnych rzędu 2. Student potrafi poprawnie WYPOWIEDZIEĆ CO NAJMNIEJ POŁOWĘ z następujących twierdzeń: . Student potrafi PRZEDSTAWIĆ DOWODY następujących twierdzeń: lemat uściskach dłoni, twierdzenie o liczbie krawędzi w grafie pełnym, twierdzenie Eulera o grafach Eulerowskich, twierdzenie o liczbie krawędzi drzewa.                 </p>

NA OCENĘ 4.0	Student spełnia kryteria na ocenę 3.5. Ponadto, potrafi PODAĆ poprawną i ścisłą DEFINICJĘ także każdego z następujących pojęć: zbiór ilorazowy danego zbioru względem relacji równoważności; klasy P i NP, liniowa zależność rekurencyjna rzędu r. Student potrafi ponadto INTUICYJNIE OBJAŚNIĆ I ZILUSTROWAĆ PRZYKŁADAMI CO NAJMNIJ POŁOWĘ z następujących pojęć: element minimalny, maksymalny, najmniejszy, największy w zbiorze częściowo uporządkowanym, problem klasy NP, problem NP-zupełny. Student UMIE WYMIENIĆ dwa problemy NP-zupełne. Student potrafi PRZEDSTAWIĆ problem: czy $P=NP?$ ; zagadnienie kodowania informacji z kluczem publicznym, rolę liczb pierwszych w kodowaniu informacji, złożoność obliczeniową algorytmu naiwnego do rozwiązywania problemu HAM_CYCLE lub problemu komiwojażera. Student potrafi POPRAWNIE WYPOWIEDZIEĆ I ZASTOSOWAĆ każde z następujących twierdzeń: twierdzenie Ore, lemat o ograniczeniach dolnych i górnym liczby krawędzi w grafie prostym o zadanej liczbie wierzchołków i składowych, algorytm dzielenia, lematy uzasadniające poprawność sita Erastotenesa i algorytmu Euklidesa. twierdzenie o rozwiązywaniu liniowych zależności rekurencyjnych rzędu r. Student potrafi poprawnie WYPOWIEDZIEĆ CO NAJMNIJ POŁOWĘ z następujących twierdzeń: twierdzenie Ore, lemat o ograniczeniach dolnych i górnym liczby krawędzi w grafie prostym o zadanej liczbie wierzchołków i składowych. Student potrafi PRZEDSTAWIĆ DOWODY następujących twierdzeń: twierdzenie Diraca jako wniosek z tw. Ore,
NA OCENĘ 4.5	Student spełnia kryteria na ocenę 4.0. Ponadto, potrafi PODAĆ poprawną i ścisłą DEFINICJĘ także każdego z następujących pojęć: element minimalny, maksymalny, najmniejszy, największy w zbiorze częściowo uporządkowanym, NP-zupełność. Student potrafi PRZEDSTAWIĆ algorytm RSA wraz z objaśnieniami. Student potrafi POPRAWNIE WYPOWIEDZIEĆ I ZASTOSOWAĆ każde z następujących twierdzeń: twierdzenie, że różne od siebie klasy równoważności są rozłączne, twierdzenie, że relacja podzielności jest częściowym porządkiem, twierdzenie, że relacja przystawania modulo n jest zgodna z działaniami, zasadę minimum, małe twierdzenie Fermata, chińskie twierdzenie o resztach. Student potrafi poprawnie wypowiedzieć co najmniej połowę z następujących twierdzeń: twierdzenie o równoważności zasady indukcji, silnej zasady indukcji i zasady dobrego uporządkowania. Student potrafi PRZEDSTAWIĆ DOWODY następujących twierdzeń: wzajemne zależności między zasadą indukcji, silną zasadą indukcji i zasadą minimum; algorytm dzielenia, lemat pomocniczy do algorytmu Euklidesa, przeliczalność zbiorów liczb całkowitych i liczb wymiernych dodatnich.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia kryteria na ocenę 4.5. Potrafi wyjaśnić wzajemne związki między pojęciami. Potrafi podać dowód chińskiego twierdzenia o resztach. Potrafi podać szkic dowodu, że zbiór liczb rzeczywistych nie jest przeliczalny. Wyszukuje dodatkowe informacje w literaturze.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.

NA OCENĘ 3.0	<p>Student rozumie zasadę dowodu niewprost, zasadę indukcji. WYPOWIEDZI USTNE I PISEMNE. Student poprawnie przedstawia ustnie łatwe rozumowania. Próbuje także przedstawić poprawne rozumowania pisemne w zakresie: indukcji, niezmienników pętli, badania własności relacji, teorii liczb, teorii grafów. Umie udowodnić, że każdy dzielnik liczb <math>a</math> i <math>b</math>, dzieli również ich kombinację liniową o współczynnikach całkowitych – oraz podobne twierdzenia. WYPOWIEDZI PISEMNE I USTNE są skonstruowane logicznie jasno. Student odróżnia założenia od tego, co dopiero należy wykazać.</p>
NA OCENĘ 3.5	<p>Student spełnia kryteria na ocenę 3.0. Ponadto: . INDUKCJA Student potrafi poprawnie wypowiedzieć zasadę indukcji i poprawnie zastosować ją w większości przypadków. Jest świadom różnicy między nią, a silną zasadą indukcji. Umie zastosować tę ostatnią w niektórych przypadkach. Umie zbadać, czy dany warunek jest niezmiennikiem pętli "dopóki". Po wykonaniu zadania, daje odpowiedź. Student poprawnie zapisuje rozumowania nie wprost. WYPOWIEDZI USTNE I PISEMNE. Student potrafi wypowiedzieć dowody niektórych twierdzeń i powtórzyć niektóre proste rozumowania poznane podczas kursu. Rozwiązania zadań przedstawia w sposób w miarę klarowny, zarówno w mowie jak i na piśmie.</p>
NA OCENĘ 4.0	<p>Student spełnia kryteria na ocenę 3.5. Ponadto: INDUKCJA Student umie wypowiedzieć silną zasadę indukcji i zasadę dobrego uporządkowania (inaczej: zasadę minimum). Umie poprawnie podać dowody większości tych twierdzeń z treści programowych kursu, które używają tych zasad. Rozumowania przedstawiane pisemnie są łatwe do śledzenia. WYPOWIEDZI USTNE I PISEMNE. Student w miarę poprawnie przedstawia ustne i pisemne argumentacje. Przedstawiane przez niego rozwiązania zadań są klarowne. Potrafi poprawnie podać dowody większości twierdzeń, które zostały udowodnione podczas kursu. Merytorycznie poprawnie reaguje na wskazane usterki.</p>
NA OCENĘ 4.5	<p>Student spełnia kryteria na ocenę 4.0. Ponadto: iNDUKCJA Student umie poprawnie podać dowody prawie wszystkich twierdzeń kursu, które używają zasady indukcji, silnej zasady indukcji lub zasady minimum. Twórczo stosuje dwie pierwsze z tych zasad w niektórych zadaniach. Z łatwością bada, czy dany warunek jest niezmiennikiem pętli "dopóki". WYPOWIEDZI USTNE I PISEMNE. Student poprawnie, jasno, przedstawia ściśle rozumowania w mowie i na piśmie. Ewentualne usterki poprawnie koryguje po zwróceniu uwagi.</p>
NA OCENĘ 5.0	<p>Student spełnia kryteria na ocenę 4.5. Ponadto: iNDUKCJA Student umie poprawnie podać dowody wszystkich twierdzeń kursu, które używają zasady indukcji, silnej zasady indukcji lub zasady minimum. Twórczo stosuje te zasady w zadaniach i nowych problemach. WYPOWIEDZI USTNE I PISEMNE. Student potrafi przedstawić wszystkie rozumowania i dowody, jakie zostały podane w ramach kursu. Student jasno, przejrzyście i bezbłędnie przedstawia ściśle rozumowania - zarówno w mowie jak i na piśmie. W razie potrzeby, umie podjąć merytoryczną dyskusję.</p>
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	<p>Student nie spełnia kryteriów na ocenę 3.0.</p>



NA OCENĘ 3.0	Student umie, być może z nieznacznymi usterkami przedstawić i poprawnie stosować algorytmy: Fleury'ego, Dijkstry, algorytm Euklidesa, poszerzony o znajdowanie współczynników. Intuicyjnie rozumie, dlaczego te algorytmy są poprawne. Student umie rozwiązywać jednorodnie liniowe zależności rekurencyjne rzędu 2, i (być może z niewielkimi usterkami) zależności niejednorodne, metodą przewidywań.
NA OCENĘ 3.5	Student spełnia kryteria na ocenę 3.0. Ponadto umie stosować przybliżone algorytmy do rozwiązywania problemu komiwojażera. Umie zastosować algorytm Euklidesa do znajdowania szczególnego rozwiązania liniowego równania diofantycznego o dwóch niewiadomych. Intuicyjnie rozumie, dlaczego te algorytmy są poprawne. Student zna sposób reprezentowania liczby w systemach pozycyjnych o różnych podstawach.
NA OCENĘ 4.0	Student umie bezbłędnie stosować algorytmy: Fleury'ego, Dijkstry. Umie rozwiązywać problem Chńskiego listonosza dla grafów o większej liczbie nieparzystych wierzchołków niż dwa. Stosuje rozszerzony algorytm Euklidesa do rozwiązywania równań kongruencyjnych. Umie zamienić przedstawienie liczby w systemie o podstawie 2 na przedstawienie w systemach o podstawach $2n$ i na odwrót. Student zna algorytmy teorii liczbowe wymienione w kryterium na ocenę 3.5. Umie powołać się na lematy służące do uzasadnienia ich poprawności. Umie szkicowo przedstawić algorytm RSA i zastosować go.
NA OCENĘ 4.5	Student spełnia kryteria na ocenę 4.0. Wie, na jakich twierdzeniach opiera się poprawność algorytmu RSA. Stosuje rozszerzony algorytm Euklidesa do rozwiązywania układów dwóch lub trzech liniowych równań kongruencyjnych. Umie zamienić przedstawienie liczby w systemie o podstawie $b$ na przedstawienie w systemach o podstawach $b$ do potęgi $n$ i na odwrót, dla dowolnych $b$ i $n$ . Umie zarówno zakodować jak i odcodować liczbę przy użyciu algorytmu RSA (dla małych liczb). Rozumie relację między decyzyjnym a obliczeniowym problemem komiwojażera.
NA OCENĘ 5.0	Student spełnia wymagania na ocenę 4.5. Umie uzasadnić poprawność algorytmu RSA. Umie pokazać, w jaki sposób problem, czy graf jest hamiltonowski, redukuje się do problemu komiwojażera w czasie rzeczywistym.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie bierze udziału w dyskusji. Wezwany, często odmawia odpowiedzi lub nie szanuje innych uczestników dyskusji.
NA OCENĘ 3.0	Student rzadko wykazuje inicjatywę uczestniczenia w dyskusji. Wezwany, stara się jednak odpowiedzieć zgodnie z własnymi możliwościami. Szanuje innych uczestników dyskusji.
NA OCENĘ 3.5	Student czasem zgłasza się do dyskusji. Szanuje innych jej uczestników. Zdarza mu się polemizować ze zdaniem innych. Dbą o poprawność swojej wypowiedzi, a swoje rozwiązania stara się przedstawić jasno i precyzyjnie, choć nie zawsze mu się to udaje. Dbą o ich poprawność
NA OCENĘ 4.0	Student bierze udział w dyskusji. Czasem zgłasza własne pomysły rozwiązania zagadnień. Szanuje innych uczestników i ich poglądy. Dbą o poprawność swojej wypowiedzi, a swoje rozwiązania stara się przedstawić jasno i precyzyjnie. Wykorzystuje w tym zakresie pomoc prowadzącego i pytania pomocnicze.

NA OCENĘ 4.5	Student chętnie bierze udział w dyskusji. Zgłasza się do rozwiązywania zadań, poddaje pomysły. Szanuje innych uczestników dyskusji. Swoje sądy przedstawia jasno i zrozumiale. Dobrze rozumie znaczenie poprawności argumentacji i o nią dba.
NA OCENĘ 5.0	Student chętnie bierze udział w dyskusji. Jest kompetentny i twórczy. Zadaje pytania wykraczające poza zakres wyłożonej wiedzy, ale z nią związane. Jest świadomy ograniczeń wiedzy zarówno swojej, jak i w ogóle stanu wiedzy ekspertów. Szanuje innych, a zwłaszcza słabszych, uczestników dyskusji. Swoje sądy przedstawia jasno i zrozumiale. Dbą o poprawność wypowiedzi i rozumie jej znaczenie.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K1_W03	Cel 1 Cel 2 Cel 3 Cel 4 Cel 5 Cel 6	W1 W2 W3 W4 W5 W7 W8	N1 N3 N4 N6	F3 P1 P3
EK2	K1_W03	Cel 1 Cel 2 Cel 3 Cel 4 Cel 6	W1 W3 W4 C1 C2 C3 C4 C6 C7	N1 N2 N3 N4 N5	F1 F2 F3 F4 P1 P2 P3
EK3	K1_W03	Cel 2 Cel 3 Cel 4 Cel 6	C5 C7 C8	N1 N2 N5 N7	F1 F2 F4 P1 P2
EK4	K1_W03	Cel 1 Cel 4	C1 C4 C6 C9 C10	N5 N7	F1 F2 F3 P1 P3

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] **Kenneth A. Ross, Charles R.B. Wright** — *Matematyka dyskretna*, Warszawa, 2002, PWN
- [2] **Robin Wilson** — *Wprowadzenie do teorii grafów*, Warszawa, 2002, PWN

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] **M. Goodaire, M. Parementer** — *Discrete Mathematics with Graph Theory*, New York, 2000, Prentice Hall

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Katarzyna Pałasińska (kontakt: kpalasin@usk.pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Katarzyna Pałasińska (kontakt: kpalasin@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....