

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2014/2015

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: niestacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Analiza matematyczna I
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIN B6 14/15
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty podstawowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	10.00
SEMESTRY	2

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
2	36	36	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zapoznanie studentów z wybranymi pojęciami analizy funkcjonalnej występującymi w analizie matematycznej.

**Cel 2** Zapoznanie studentów z podstawowymi faktami dotyczącymi szeregów o wyrazach w przestrzeniach Banacha.

**Cel 3** Odwzorowania z przestrzeni  $R_n$  do  $R_m$  i ich ciągłość.

Cel 4 Różniczkowanie i całkowanie funkcji jednej zmiennej rzeczywistej.

Cel 5 Różniczkowanie odwzorowań z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zaliczenie przedmiotów matematycznych z pierwszego semestru

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna podstawowe definicje i twierdzenia z teorii przestrzeni metrycznych, unormowanych, przestrzeni Banacha (ze szczególnym uwzględnieniem przestrzeni  $R_n$ ) i przestrzeni odwzorowań liniowych i wieloliniowych ciągłych.

**EK2 Umiejętności** Student umie badać czy dane odwzorowanie jest metryką, normą, potrafi badać ciągi i szeregi funkcyjne, umie podawać przykłady przestrzeni Banacha, potrafi obliczać granice ciągów i badać ciągłość funkcji.

**EK3 Wiedza** Student zna podstawowe fakty z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Ponadto zna definicję pochodnej (różniczki) odwzorowań z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha, zna też definicję pochodnej kierunkowej i pochodnych cząstkowych.

**EK4 Umiejętności** Student umie obliczać pochodne i badać przebieg zmienności funkcji jednej zmiennej rzeczywistej, zna twierdzenie Taylora i jego zastosowania, potrafi obliczać całki nieoznaczone, potrafi obliczać pochodne kierunkowe i pochodne cząstkowe.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C1	Własności modułu, metryki, wyznaczanie kul otwartych, domkniętych, badanie zbieżności ciągów w uzwarczeniu $R$ .	1
C2	Sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest normą, równoważność norm, nierówność Minkowskiego, przestrzenie ciągów zbieżnych, zbieżnych do zera, sumowalnych z $p$ -tą potęgą, przestrzenie funkcyjne.	1
C3	Badanie zbieżności ciągów w przestrzeniach unormowanych ze szczególnym uwzględnieniem przestrzeni funkcji ciągłych zbieżność jednostajna i punktowa.	2
C4	Sprawdzanie zupełności przestrzeni unormowanej, zupełność przestrzeni ciągów lp.	2
C5	Iloczyn skalarny, sprawdzanie czy zadana norma pochodzi od iloczynu skalarnego.	1
C6	Sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest liniowe, badanie ciągłości, wyznaczanie normy odwzorowania liniowego, sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest wieloliniowe, badanie ciągłości, wyznaczanie normy odwzorowania wieloliniowego.	2

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
C7	Badanie zbieżności szeregów przy pomocy twierdzenia o zbieżności, wykorzystanie kryteriów Dirichleta, Abela, Weierstrassa, sprawdzanie zbieżności bezwzględnej szeregów, zbieżność szeregów funkcyjnych, wykorzystanie twierdzenia o sumie szeregu zbieżnego jednostajnie.	3
C8	Badanie ciągłości funkcji wektorowej argumentu skalarne, zestawienia odwzorowań, funkcje wielu zmiennych, wyznaczanie granic podwójnych, iterowanych, ciągłość funkcji z $R_n$ do $R_m$ .	2
C9	Badanie ciągłości funkcji jednej zmiennej, odwracalności, wyznaczanie granic przy pomocy granic specjalnych.	2
C10	Obliczanie pochodnych, wskazywanie przykładów funkcji ciągłych i nieróżniczkowalnych, różniczkowalnych o nieciągłej pochodnej, klasa $C_k$ , wykorzystanie pochodnej logarymicznej, zastosowanie wzoru Peano, wyznaczanie pochodnych rzędów wyższych, zastosowanie twierdzeń Rollea, Lagrangea, Cauchyego.	4
C11	Zastosowanie reguły de l'Hospitala.	1
C12	Wykorzystanie monotoniczności funkcji do wykazywania nierówności, wykazywanie tożsamości, wyznaczanie ekstremów globalnych funkcji, badanie przebiegu zmienności funkcji, wykorzystanie wzoru Taylora.	3
C13	Wykorzystanie twierdzeń o całkowaniu przez części, o całkowaniu przez podstawianie, zmianę zmiennych.	1
C14	Całkowanie przez rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste.	1
C15	Całkowanie funkcji niewymiernych całkowanie funkcji wymiernej od pierwiastka stopnia $n$ -tego funkcji liniowej, homograficznej, pierwiastka funkcji kwadratowej, podstawienia Eulera, metoda współczynników nieoznaczonych.	2
C16	Całkowanie funkcji trygonometrycznych.	2
C17	Pochodna funkcji wektorowej, zastosowanie reguł różniczkowania, zastosowanie uogólnień twierdzeń Lagrangea i Cauchyego.	2
C18	Wyznaczanie pochodnej kierunkowej, pochodnych cząstkowych, wykorzystanie twierdzenia o przyrostach, obliczanie pochodnych cząstkowych wyższych rzędów.	1
C19	Wyznaczanie pochodnej odwzorowania z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha, pochodnych cząstkowych funkcji określonej na iloczynie kartezjańskim przestrzeni Banacha.	2
C20	Wykorzystanie związku pochodnej z pochodnymi cząstkowymi, wyznaczanie macierzy Jacobiego	1

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Jednopunktowe i dwupunktowe uzwarcenie zbioru liczb rzeczywistych, przestrzenie metryczne i ich topologia (przypomnienie).	1
<b>W2</b>	Norma, przestrzenie unormowane, metryka wyznaczona przez normę, topologia przestrzeni unormowanej, iloczyn kartezjański przestrzeni unormowanych.	2
<b>W3</b>	Przykłady przestrzeni unormowanych: przestrzeń $R_n$ , przestrzeń funkcji ograniczonych, przestrzeń ciągów liczbowych ograniczonych, przestrzeń funkcji ciągłych na zbiorze zwartym.	1
<b>W4</b>	Ciągi w przestrzeniach unormowanych i ich zbieżność, zupełność przestrzeni unormowanej, przestrzenie Banacha, ciągi funkcyjne i ich zbieżność, zbieżność jednostajna.	2
<b>W5</b>	Iloczyn kartezjański przestrzeni Banacha, iloczyn skalarny, przestrzenie unitarne, nierówność Schwarz'a, przestrzeń Hilberta.	2
<b>W6</b>	Odwzorowania liniowe i wieloliniowe ciągłe, przestrzeń odwzorowań liniowych i wieloliniowych ciągłych.	2
<b>W7</b>	Normy równoważne, równoważność norm w przestrzeniach skończonego wymiarowych, izomorfizmy i izometrie.	1
<b>W8</b>	Szeregi w przestrzeniach Banacha.	1
<b>W9</b>	Twierdzenie o otwartości zbioru izomorfizmów przestrzeni Banacha.	1
<b>W10</b>	Ciągłość odwzorowań z $R_n$ do $R_m$ .	2
<b>W11</b>	Przypomnienie i uzupełnienie faktów dotyczących ciągłości funkcji jednej zmiennej rzeczywistej.	1
<b>W12</b>	Granice specjalne i ich uogólnienia.	2
<b>W13</b>	Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej rzeczywistej.	2
<b>W14</b>	Reguła de l'Hospitala i jej zastosowania.	2
<b>W15</b>	Wzór Taylora i jego zastosowania. Ekstrema i monotoniczność, wklęsłość i wypukłość, punkty przegięcia i asymptoty. Szkicowanie wykresów funkcji.	2
<b>W16</b>	Całka nieoznaczona, definicja i podstawowe twierdzenia: całkowanie przez części, podstawienie i zamianę zmiennej.	2
<b>W17</b>	Ułamki proste i ich całkowanie.	1
<b>W18</b>	Całkowanie funkcji niewymiernych.	1
<b>W19</b>	Całkowanie funkcji wymiernych, funkcji trygonometrycznych.	2
<b>W20</b>	Funkcja wektorowa argumentu skalarnego, jej ciągłość i różniczkowanie.	2

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W21</b>	Pochodne kierunkowe i pochodne cząstkowe.	1
<b>W22</b>	Pochodna (różniczka) odwzorowania z przestrzeni Banacha do przestrzeni Banacha.	1
<b>W23</b>	Przykłady obliczania pochodnych (różniczek) odwzorowań, postać macierzowa.	2

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Konsultacje

N3 Zadania tablicowe

N4 Praca w grupach

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	0
Konsultacje przedmiotowe	40
Egzaminy i zaliczenia w sesji	10
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	88
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
przygotowanie do egzaminu	90
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>228</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	10.00

## 9 SPOSOBY OCENY

Obok obowiązkowej obecności warunkiem otrzymania zaliczenia z ćwiczeń jest co najmniej 50

**OCENA FORMUJĄCA**
**F1** Kolokwium

**F2** Odpowiedź ustna

**OCENA PODSUMOWUJĄCA**
**P1** Egzamin pisemny

**P2** Egzamin ustny

**P3** Średnia ważona ocen formujących

**WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU**
**W1** Do egzaminu mogą przystąpić studenci, którzy otrzymali zaliczenie z ćwiczeń.

**W2** Egzamin składa się z części pisemnej i części ustnej.

**W3** Ocena końcowa jest średnią ważoną ocen P1, P2, P3.

**KRYTERIA OCENY**

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje (norma, przestrzeń Banacha, przestrzeń unitarna, odwzorowania liniowe i wieloliniowe) i podstawowe twierdzenia tego działu.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznać pojęcia i definicje zilustrować przykładami.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podać przykłady ich zastosowania.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności między twierdzeniami tego działu.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student umie sprawdzić czy dane odwzorowanie jest normą, iloczynem skalarnym, umie podawać przykłady przestrzeni Banacha, potrafi badać zbieżność ciągów i szeregów funkcyjnych, wykazywać liniowość i wieloliniowość odwzorowań.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi wyznaczać normy odwzorowań liniowych, badać zbieżność ciągów w przestrzeniach unormowanych.

NA OCENĘ 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi badać zbieżność szeregów w przestrzeniach unormowanych.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student zna w dostatecznym stopniu pojęcia, definicje (takie jak pochodna, ekstrema funkcji rzeczywistej, monotoniczność, wypukłość, całka nieoznaczona, metody całkowania) i podstawowe twierdzenia tego działu.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi poznać pojęcia i definicje zilustrować przykładami.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób poprawny formułować twierdzenia oraz podawać przykłady ich zastosowania.
NA OCENĘ 4.5	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi podać idee dowodów twierdzeń oraz rozumie zależności między twierdzeniami tego działu.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał się wiedzą, o której mowa w kryterium na ocenę 4.5 oraz dodatkowo: student potrafi w sposób zrozumiały formułować twierdzenia, podawać ich dowody oraz ilustrować przykładami.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.
NA OCENĘ 3.0	Student umie obliczać pochodne i badać przebieg zmienności funkcji jednej zmiennej rzeczywistej, zna twierdzenie Taylora i jego zastosowania, potrafi obliczać całki nieoznaczone metodami podstawiania i całkowania przez części, potrafi obliczać pochodne kierunkowe i pochodne cząstkowe.
NA OCENĘ 3.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3 oraz dodatkowo: student potrafi zastosować rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej w zadaniach optymalizacyjnych, potrafi całkować funkcje wymierne, niewymierne i trygonometryczne.
NA OCENĘ 4.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 3.5 oraz dodatkowo: student potrafi dowodzić pewne twierdzenia i własności w oparciu o twierdzenia poznane na wykładzie takie jak twierdzenia Rollea, Lagrangea.

NA OCENĘ 4.5	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4 oraz dodatkowo: student potrafi, w mowie i na piśmie, wykorzystywać twierdzenia i metody poznane na wykładach i potrafi jasno przekazać swoje rozumowanie i precyzyjnie je uzasadnić.
NA OCENĘ 5.0	Student wykazał umiejętności, o których mowa w kryterium na ocenę 4.5 i zrobił to bezbłędnie.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓLOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W02, K_W04, K_W05	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9	N1 N2 N3	P1 P2 P3
EK2	K_U01, K_U02, K_U08, K_U10, K_U22, K_U35, K_K01, K_K02, K_K03, K_K04, K_K05, K_K06	Cel 2	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C11 W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P3
EK3	K_W02, K_W05, K_W07	Cel 3	W10 W11 W12 W13 W14 W15 W16 W17 W18 W19 W20 W21 W22 W23	N1 N2 N3	P1 P2 P3
EK4	K_U01, K_U03, K_U09, K_U10, K_U12, K_U13, K_K01, K_K02, K_K03, K_K04, K_K05, K_K06	Cel 4	C10 C12 C13 C14 C15 C16 C17 C18 C19 C20 W10 W11 W12 W13 W14 W15 W16 W17 W18 W19 W20 W21 W22 W23	N1 N2 N3 N4	F1 F2 P3



## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **T. Winiarska, T. Winiarski** — *Wykłady z Analizy Matematycznej*, Kraków, 2010, Wyd. PK
- [2 ] **W. Kołodziej** — *Analiza Matematyczna*, Warszawa, 1983, PWN
- [3 ] **W. Rudin** — *Podstawy Analizy Matematycznej*, Warszawa, 1969, PWN
- [4 ] **W. Stankiewicz** — *Zadania z Matematyki dla Wyższych Uczelni Technicznych*, Warszawa, 1983, PWN
- [5 ] **B. Demidowicz** — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Lublin, 1992, Naukowa Książka
- [6 ] **J. Banaś, S. Wędrychowicz** — *Zbiór Zadań z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2001, WNT

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1 ] **J. Dieudonne** — *Foundations of Modern Analysis*, New York and London, 1960, Academic Press
- [2 ] **L. M. Drużkowski** — *Analiza Matematyczna. Podstawy*, Kraków, 1998, Wyd. UJ
- [3 ] **W. Kaczor, M. Nowak** — *Zadania z Analizy Matematycznej*, Warszawa, 2005, PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Mariusz Jużyniec (kontakt: [juzyniec@pk.edu.pl](mailto:juzyniec@pk.edu.pl))

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)