

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2014/2015

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: niestacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: I

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

NAZWA PRZEDMIOTU	Elementy analizy funkcjonalnej
NAZWA PRZEDMIOTU W JĘZYKU ANGIELSKIM	
KOD PRZEDMIOTU	WFMiI M oIN C1 14/15
KATEGORIA PRZEDMIOTU	Przedmioty kierunkowe
LICZBA PUNKTÓW ECTS	4.00
SEMESTRY	6

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

SEMESTR	WYKŁAD	ĆWICZENIA	LABORATORIUM	LABORATORIUM KOMPUTERO- WE	SEMINARIUM	PROJEKT
6	18	18	0	0	0	0

### 3 CELE PRZEDMIOTU

Cel 1 Zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami analizy funkcjonalnej.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Zdany egzamin z Analizy Matematycznej I.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student cytuje wypowiedzi definicji i twierdzeń umie omówić podstawowe przykłady i kontrprzykłady.

**EK2 Wiedza** Student umie uzupełnić szczegóły dowodowe wymagające wiedzy z logiki matematycznej, teorii mnogości, algebry liniowej i analizy matematycznej.

**EK3 Umiejętności** Student potrafi konstruować nowe obiekty poprzez tworzenie przestrzeni ilorazowej.

**EK4 Kompetencje społeczne** Student potrafi mówić w popularny sposób o teorii przedstawionej na zajęciach oraz przedstawia intuicje stojące za teorią przedstawioną na zajęciach.

**EK5 Umiejętności** Student rozwiązuje zadania podobnych typów jak zrobione na ćwiczeniach i przedstawione na listach zadań.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W1</b>	Zupełność ciała liczb rzeczywistych i zespolonych. Aksjomatyczna definicja zbioru liczb naturalnych. Konstrukcja zbioru liczb całkowitych i wymiernych. Ciągi Cauchyego liczb wymiernych i liczby rzeczywiste.	2
<b>W2</b>	Podzbiory przestrzeni wektorowej. Suma i różnica algebraiczna podzbiorów przestrzeni liniowej. Podprzestrzenie. Zbiory wypukłe, zbalansowane, gwiaździste. Powłoka wypukła zbioru. Przestrzenie liniowe ilorazowe, kowymiar przestrzeni. Przestrzenie unormowane i przestrzenie Banacha.	2
<b>W3</b>	Szeregi w przestrzeniach unormowanych. Zbieżność bezwzględna i przestawialna, kryteria zbieżności szeregów w przestrzeniach unormowanych. Związki z zupełnością.	1
<b>W4</b>	Przykłady klasycznych ciągowych przestrzeni unormowanych. Nierówności Younga, Holdera i Minkowskiego. Przestrzenie ciągów ograniczonych, ciągów zbieżnych, ciągów zbieżnych do zera, ciągów równych zero od pewnego miejsca, ciągów sumowalnych z potęgą $p$ .	1
<b>W5</b>	Zupełność klasycznych ciągowych przestrzeni unormowanych.	1
<b>W6</b>	Iloczyny kartezyjskie przestrzeni unormowanych i przestrzenie ilorazowe.	1
<b>W7</b>	Odwzorowania liniowe. Ograniczoność odwzorowania liniowego. Warunki równoważne ograniczoności odwzorowania liniowego. Norma odwzorowania liniowego.	2
<b>W8</b>	Przestrzenie wektorowo-topologiczne. Przestrzenie unormowane skończenie wymiarowe. Własność Heinego Borela.	1

WYKŁAD		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>W9</b>	Ośrodkowość Twierdzenie Hahna-Banacha dla przestrzeni ośrodkowych. Przestrzeń sprzężona do przestrzeni unormowanej.	1
<b>W10</b>	Uzupełnianie przestrzeni unormowanej.	2
<b>W11</b>	Klasyczne przestrzenie funkcyjne. Przestrzenie funkcyjne funkcji ciągłych, całkowalnych z potęgą $p$ .	1
<b>W12</b>	Twierdzenie Stonea-Weierstrassa. Ośrodkowość klasycznych przestrzeni funkcyjnych. Przestrzenie sprzężone. Przestrzeń sprzężona do przestrzeni unormowanej. Refleksywność.	2
<b>W13</b>	Słaba topologia w przestrzeni unormowanej i słaba z gwiazdką topologia w przestrzeni sprzężonej.	1

ĆWICZENIA		
LP	TEMATYKA ZAJĘĆ OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH	LICZBA GODZIN
<b>C1</b>	Indukcja matematyczna. Relacje równoważności i porządku. Poprawność definicji działań dla liczb całkowitych i wymiernych. dowodzenie prostych twierdzeń dla liczb naturalnych, całkowitych i wymiernych.	2
<b>C2</b>	Badanie własności kresów w zbiorze liczb rzeczywistych.	2
<b>C3</b>	Sprawdzanie własności podzbiorów przestrzeni liniowych, wyznaczanie powłoki wypukłej w $R_n$ . Interpretacje geometryczne wyników.	1
<b>C4</b>	Sprawdzanie przynależności elementów do klasycznych przestrzeni ciągłych. Obliczanie norm elementów klasycznych przestrzeni ciągłych.	1
<b>C5</b>	Badanie równoważności norm w wybranych przestrzeniach.	1
<b>C6</b>	Badanie zbieżności w wybranych klasycznych przestrzeniach ciągłych.	2
<b>C7</b>	Obliczanie norm w przestrzeniach ilorazowych.	2
<b>C8</b>	Obliczanie norm odwzorowań liniowych prowadzących z klasycznych przestrzeni ciągłych.	2
<b>C9</b>	Wyznaczanie przestrzeni sprzężonych do modyfikacji klasycznych przestrzeni ciągłych.	2
<b>C10</b>	Badanie refleksywności klasycznych przestrzeni ciągłych i ich modyfikacji.	2
<b>C11</b>	Obliczanie norm odwzorowań liniowych prowadzących z klasycznych przestrzeni funkcyjnych.	1

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykłady

N2 Zadania tablicowe

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

FORMA AKTYWNOŚCI	ŚREDNIA LICZBA GODZIN NA ZREALIZOWANIE AKTYWNOŚCI
<b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>	
Godziny wynikające z planu studiów	0
Konsultacje przedmiotowe	5
Egzaminy i zaliczenia w sesji	5
<b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b>	
Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury	74
Opracowanie wyników	0
Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji	0
<b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>	<b>84</b>
SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU	4.00

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

F1 Test

F2 Odpowiedź ustna

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

P1 Test

P2 Egzamin pisemny

P3 Średnia ważona ocen formujących

### OCENA AKTYWNOŚCI BEZ UDZIAŁU NAUCZYCIELA

B1 Test

### KRYTERIA OCENY

EFEKT KSZTAŁCENIA 1	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę dostateczną.
NA OCENĘ 3.0	Student cytuje nieskomplikowane definicje i twierdzenia z wykładu.
NA OCENĘ 3.5	Student cytuje precyzyjnie wszystkie definicje i twierdzenia z wykładu.
NA OCENĘ 4.0	Student cytuje precyzyjnie wszystkie definicje i twierdzenia z wykładu oraz objaśnia pojęcia występujące w ich wypowiedziach.
NA OCENĘ 4.5	Student cytuje precyzyjnie wszystkie definicje i twierdzenia z wykładu oraz objaśnia pojęcia występujące w ich wypowiedziach. Umie przedstawić przykłady dotyczące definicji i ideę dowodów twierdzeń.
NA OCENĘ 5.0	Student cytuje precyzyjnie wszystkie definicje i twierdzenia z wykładu oraz objaśnia pojęcia występujące w ich wypowiedziach. Umie przedstawić wraz z objaśnieniami przykłady dotyczące definicji i dowody twierdzeń wraz przykładami na istotność założeń.
EFEKT KSZTAŁCENIA 2	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę dostateczną.
NA OCENĘ 3.0	Student rozpoznaje i przedstawia twierdzenia rachunku zdań i rachunku zbiorów wykorzystywane w dowodach.
NA OCENĘ 3.5	Student rozpoznaje i przedstawia twierdzenia rachunku zdań i rachunku zbiorów wykorzystywane w dowodach oraz właściwie używa kwantyfikatorów.
NA OCENĘ 4.0	Student rozpoznaje i przedstawia twierdzenia rachunku zdań i rachunku zbiorów wykorzystywane w dowodach oraz właściwie używa kwantyfikatorów. Potrafi przeprowadzić dowód indukcyjny.
NA OCENĘ 4.5	Student rozpoznaje i przedstawia twierdzenia rachunku zdań i rachunku zbiorów wykorzystywane w dowodach oraz właściwie używa kwantyfikatorów. Potrafi przeprowadzić dowód indukcyjny. Wskazuje twierdzenia analizy matematycznej i algebry liniowej używane w dowodach.
NA OCENĘ 5.0	Student rozpoznaje i przedstawia twierdzenia rachunku zdań i rachunku zbiorów wykorzystywane w dowodach oraz właściwie używa kwantyfikatorów. Potrafi przeprowadzić dowód indukcyjny. Wskazuje twierdzenia analizy matematycznej i algebry liniowej używane w dowodach i umie precyzyjnie wyjaśnić sposób ich wykorzystania.
EFEKT KSZTAŁCENIA 3	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę dostateczną.
NA OCENĘ 3.0	Student przedstawia definicję relacji.
NA OCENĘ 3.5	Student przedstawia definicję relacji i relacji równoważności.
NA OCENĘ 4.0	Student przedstawia definicję relacji i relacji równoważności oraz klasy równoważności.

NA OCENĘ 4.5	Student przedstawia definicję relacji i relacji równoważności oraz klasy równoważności. Podaje przykłady przestrzeni ilorazowych.
NA OCENĘ 5.0	Student przedstawia definicję relacji i relacji równoważności oraz klasy równoważności. Podaje przykłady przestrzeni ilorazowych w tym ilorazowej przestrzeni unormowanej.
EFEKT KSZTAŁCENIA 4	
NA OCENĘ 2.0	Student nie spełnia kryteriów na ocenę dostateczną.
NA OCENĘ 3.0	Student potrafi w popularny sposób mówić o liczbach naturalnych.
NA OCENĘ 3.5	Student potrafi w popularny sposób mówić o liczbach naturalnych, całkowitych i wymiernych oraz gęstości zbioru liczb wymiernych.
NA OCENĘ 4.0	Student potrafi w popularny sposób mówić o liczbach naturalnych, całkowitych i wymiernych oraz gęstości zbioru liczb wymiernych. Wyjaśnia pojęcie zupełności na przykładzie zbioru liczb rzeczywistych.
NA OCENĘ 4.5	Student potrafi w popularny sposób mówić o liczbach naturalnych, całkowitych i wymiernych oraz gęstości zbioru liczb wymiernych. Wyjaśnia pojęcie zupełności na przykładzie zbioru liczb rzeczywistych. Wyjaśnia sposób uzupełniania przestrzeni unormowanej.
NA OCENĘ 5.0	Student potrafi w popularny sposób mówić o liczbach naturalnych, całkowitych i wymiernych oraz gęstości zbioru liczb wymiernych. Wyjaśnia pojęcie zupełności na przykładzie zbioru liczb rzeczywistych. Wyjaśnia sposób uzupełniania przestrzeni unormowanej. Wskazuje i omawia różnice między przestrzeniami skończenie i nieskończenie wymiarowymi
EFEKT KSZTAŁCENIA 5	
NA OCENĘ 2.0	Egzamin z zadań poniżej 45% punktów.
NA OCENĘ 3.0	Egzamin z zadań co najmniej 45% punktów.
NA OCENĘ 3.5	Egzamin z zadań co najmniej 60% punktów.
NA OCENĘ 4.0	Egzamin z zadań co najmniej 70% punktów.
NA OCENĘ 4.5	Egzamin z zadań co najmniej 80% punktów.
NA OCENĘ 5.0	Egzamin z zadań co najmniej 90% punktów.

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

EFEKT KSZTAŁCENIA	ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU	CELE PRZEDMIOTU	TREŚCI PROGRAMOWE	NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	SPOSOBY OCENY
EK1	K_W01, K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W06	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13	N1	F1 P1
EK2	K_W01, K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W06, K_U01, K_U02, K_U03, K_U06, K_U08, K_U10, K_U13, K_U14, K_U36	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11	N1 N2	F1 F2 P1
EK3	K_U06, K_U36	Cel 1	W6 C7	N1 N2	F1 F2 P1
EK4	K_K01, K_K02, K_K05, K_K07	Cel 1	W1 W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11 W12 W13 C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11	N1 N2	F1 F2 P1
EK5	K_U01, K_U02, K_U03, K_U06, K_U08, K_U10, K_U13, K_U14, K_U36	Cel 1	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7 C8 C9 C10 C11	N1 N2	F1 F2 P2

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1 ] **W. Rudin** — *Analiza rzeczywista i zespolona*, Warszawa, 1970, PWN
- [2 ] **W. Rudin** — *Analiza funkcjonalna*, Warszawa, 1996, PWN
- [3 ] **W. Kołodziej** — *Wybrane rozdziały analizy matematycznej*, Warszawa, 1982, PWN
- [4 ] **J. Rubinek** — *Zadania z analizy funkcjonalnej*, Warszawa, 2004, Wydawnictwo Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Witold Obłóza (kontakt: obloza@pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Witold Obłóza (kontakt: obloza@pk.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejsowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....