

# POLITECHNIKA KRAKOWSKA IM. TADEUSZA KOŚCIUSZKI

## KARTA PRZEDMIOTU

obowiązuje studentów rozpoczynających studia w roku akademickim 2014/2015

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki

Kierunek studiów: Matematyka

Profil: Ogólnoakademicki

Forma studiów: niestacjonarne

Kod kierunku: M

Stopień studiów: II

Specjalności: Matematyka w finansach i ekonomii

### 1 INFORMACJE O PRZEDMIOCIE

|                                         |                                  |
|-----------------------------------------|----------------------------------|
| NAZWA PRZEDMIOTU                        | Podstawy topologii algebraicznej |
| NAZWA PRZEDMIOTU<br>W JĘZYKU ANGIELSKIM |                                  |
| KOD PRZEDMIOTU                          | WFMiI M oIIN C1 14/15            |
| KATEGORIA PRZEDMIOTU                    | Przedmioty kierunkowe            |
| LICZBA PUNKTÓW ECTS                     | 5.00                             |
| SEMESTRY                                | 2                                |

### 2 RODZAJ ZAJĘĆ, LICZBA GODZIN W PLANIE STUDIÓW

| SEMESTR | WYKŁAD | ĆWICZENIA | LABORATORIUM | LABORATORIUM<br>KOMPUTERO-<br>WE | SEMINARIUM | PROJEKT |
|---------|--------|-----------|--------------|----------------------------------|------------|---------|
| 2       | 18     | 18        | 0            | 0                                | 0          | 0       |

### 3 CELE PRZEDMIOTU

**Cel 1** Zapoznanie studentów z definicją oraz podstawowymi własnościami i zastosowaniami funktora grupy podstawowej.

**Cel 2** Zapoznanie studentów z pojęciem nakrycia oraz podstawowymi własnościami i niektórymi zastosowaniami nakryć.

**Cel 3** Zapoznanie studentów z definicją oraz podstawowymi własnościami i zastosowaniami grup homologii singularnych (o współczynnikach całkowitych).

**Cel 4** Przygotowanie studentów do samodzielnego zdobywania, pogłębiania i wykorzystywania wiedzy matematycznej oraz doskonalenia umiejętności matematycznych.

## 4 WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1 Topologia w zakresie studiów pierwszego i drugiego stopnia.

2 Algebra i algebra liniowa z geometrią analityczną w zakresie studiów pierwszego stopnia.

## 5 EFEKTY KSZTAŁCENIA

**EK1 Wiedza** Student zna i rozumie definicję funktora grupy podstawowej oraz pojęcia związane z tym funktorem (np. drogowa spójność i homotopijna równoważność). Zna również podstawowe własności tego funktora i standardowe przykłady.

**EK2 Wiedza** Student zna i rozumie pojęcie nakrycia oraz podstawowe twierdzenia o nakryciach. Zna i rozumie również związki między pojęciami nakrycia i grupy podstawowej.

**EK3 Wiedza** Student zna i rozumie definicję funktora  $q$ -tej grupy homologii singularnych (o współczynnikach całkowitych) oraz pojęcia algebraiczne związane z tym funktorem (np. grupa abelowa wolna i kompleks łańcuchowy). Zna i rozumie również podstawowe twierdzenia dotyczące homologii singularnych i standardowe przykłady zastosowań teorii homologii singularnych.

**EK4 Umiejętności** Student potrafi rozwiązywać typowe zadania i problemy dotyczące grupy podstawowej, nakryć i homologii singularnych.

**EK5 Umiejętności** Student rozpoznaje i rozumie standardowe zastosowania topologii algebraicznej w innych dziedzinach Matematyki.

**EK6 Kompetencje społeczne** Student potrafi wyszukiwać, weryfikować i (uczciwie) wykorzystywać informacje z zakresu Matematyki (a szczególnie topologii algebraicznej) dostępne w różnych źródłach (książki i czasopiśma, internet, wykłady i referaty), także anglojęzycznych.

## 6 TREŚCI PROGRAMOWE

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                  |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                            | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W1</b> | Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości z topologii: przestrzenie drogowo spójne i lokalnie drogowo spójne, składowe drogowo spójne; rozmaitości topologiczne; homotopijność odwzorowań i homotopijna równoważność przestrzeni topologicznych; przestrzenie ściągające; grupy topologiczne.                       | 2                |
| <b>W2</b> | Grupa podstawowa: pętle, ich mnożenie i homotopijność; grupa podstawowa przestrzeni z punktem bazowym; homomorfizm grup podstawowych indukowany przez odwzorowanie ciągłe; grupa podstawowa przestrzeni drogowo spójnej; przestrzenie jednospójne; przykłady i zastosowania (np. zasadnicze twierdzenie algebry). | 4                |

| WYKŁAD    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                  |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>W3</b> | Nakrycia: definicja nakrycia i przykłady nakryć; twierdzenia o podnoszeniu; równoważność nakryć; nakrycie uniwersalne; przekształcenia nakrywające; związki między pojęciami nakrycia i grupy podstawowej.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 4                |
| <b>W4</b> | Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości z algebry i geometrii: moduły i ich homomorfizmy; moduły wolne i grupy abelowe wolne; kompleksy łańcuchowe i ciągi dokładne; sympleksy.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 2                |
| <b>W5</b> | Homologie singularne o współczynnikach całkowitych: sympleksy singularne i łańcuchy; operator brzegu; moduły homologii singularnych przestrzeni topologicznej i moduły homologii relatywnych pary topologicznej; homomorfizmy modułów homologii indukowane przez odwzorowania ciągłe; twierdzenie o homotopijnej niezmienniczości; homomorfizm łączący i ciąg dokładny homologii pary topologicznej; twierdzenia o wycinaniu; przykłady i zastosowania (np. twierdzenie Brouwera o punkcie stałym i twierdzenie o zaczesywaniu sfery). | 6                |

| ĆWICZENIA |                                                                                                                                                                                                                                                                |                  |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| LP        | TEMATYKA ZAJĘĆ<br>OPIS SZCZEGÓŁOWY BLOKÓW TEMATYCZNYCH                                                                                                                                                                                                         | LICZBA<br>GODZIN |
| <b>C1</b> | Zadania, problemy i przykłady dotyczące przestrzeni drogowo spójnych, różnorodności i grup topologicznych, ściągłości przestrzeni oraz homotopijności odwzorowań.                                                                                              | 3                |
| <b>C2</b> | Zadania, problemy i przykłady dotyczące ogólnych własności grupy podstawowej, grup podstawowych konkretnych przestrzeni oraz zastosowań grup podstawowych.                                                                                                     | 4                |
| <b>C3</b> | Zadania, problemy i przykłady dotyczące nakryć i przekształceń nakrywających. Zastosowanie nakryć do znajdowania grup podstawowych.                                                                                                                            | 4                |
| <b>C4</b> | Zadania dotyczące modułów wolnych i grup abelowych wolnych, homomorfizmów modułów oraz sympleksów w przestrzeniach afinicznych.                                                                                                                                | 2                |
| <b>C5</b> | Zadania, problemy i przykłady dotyczące łańcuchów singularnych, operatora brzegu, ogólnych własności homologii singularnych (o współczynnikach całkowitych), znajdowania grup homologii konkretnych przestrzeni oraz zastosowań teorii homologii singularnych. | 5                |

## 7 NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykłady

**N2** Zadania tablicowe

**N3** Dyskusja

**N4** Konsultacje

**N5** Opracowywanie przez studentów na piśmie – poza regularnymi zajęciami – referatów nt. zagadnień uzupełniających problematykę wykładów i ćwiczeń (projekty indywidualne).

## 8 OBCIĄŻENIE PRACĄ STUDENTA

| FORMA AKTYWNOŚCI                                                                                 | ŚREDNIA LICZBA GODZIN<br>NA ZREALIZOWANIE<br>AKTYWNOŚCI |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <b>Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim, w tym:</b>                                     |                                                         |
| Godziny wynikające z planu studiów                                                               | 0                                                       |
| Konsultacje przedmiotowe                                                                         | 4                                                       |
| Egzaminy i zaliczenia w sesji                                                                    | 3                                                       |
| <b>Godziny bez udziału nauczyciela akademickiego wynikające z nakładu pracy studenta, w tym:</b> |                                                         |
| Przygotowanie się do zajęć, w tym studiowanie zalecanej literatury                               | 100                                                     |
| Opracowanie wyników                                                                              | 0                                                       |
| Przygotowanie raportu, projektu, prezentacji, dyskusji                                           | 10                                                      |
| <b>SUMARYCZNA LICZBA GODZIN DLA PRZEDMIOTU WYNIKAJĄCA Z<br/>CAŁEGO NAKŁADU PRACY STUDENTA</b>    | <b>117</b>                                              |
| SUMARYCZNA LICZBA PUNKTÓW ECTS DLA PRZEDMIOTU                                                    | 5.00                                                    |

## 9 SPOSOBY OCENY

### OCENA FORMUJĄCA

**F1** Kolokwium

**F2** Projekt indywidualny

### OCENA PODSUMOWUJĄCA

**P1** Test

### WARUNKI ZALICZENIA PRZEDMIOTU

**W1** W ramach ćwiczeń przeprowadza się dwa kolokwia. Warunkiem koniecznym i wystarczającym dopuszczenia do testu zaliczeniowego (który sprawdza i umiejętności nabyte na ćwiczeniach, i wiedzę wyniesioną z wykładów) jest przystąpienie do obu kolokwiów i uzyskanie na nich więcej niż połowy maksymalnej sumarycznej liczby punktów. Test zaliczeniowy składa się z czterech części, odpowiadających efektom kształcenia EK1, EK2, EK3 i EK5.

**W2** Warunkiem koniecznym i wystarczającym otrzymania pozytywnej oceny końcowej z przedmiotu (wpisanej do indeksu) jest uzyskanie – po przedłożeniu projektu indywidualnego i przejściu testu zaliczeniowego – pozytywnych ocen za wszystkie efekty kształcenia.

**W3** Ocena końcowa jest średnią arytmetyczną wszystkich (sześciu) ocen za efekty kształcenia.

**KRYTERIA OCENY**

| EFEKT KSZTAŁCENIA 1 |                                                                                             |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Co najwyżej 10 punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego.                              |
| NA OCENĘ 3.0        | Liczba punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (10, 12]. |
| NA OCENĘ 3.5        | Liczba punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (12, 14]. |
| NA OCENĘ 4.0        | Liczba punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (14, 16]. |
| NA OCENĘ 4.5        | Liczba punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (16, 18]. |
| NA OCENĘ 5.0        | Więcej niż 18 punktów za pierwszą część testu zaliczeniowego.                               |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 2 |                                                                                             |
| NA OCENĘ 2.0        | Co najwyżej 10 punktów za drugą część testu zaliczeniowego.                                 |
| NA OCENĘ 3.0        | Liczba punktów za drugą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (10, 12].    |
| NA OCENĘ 3.5        | Liczba punktów za drugą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (12, 14].    |
| NA OCENĘ 4.0        | Liczba punktów za drugą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (14, 16].    |
| NA OCENĘ 4.5        | Liczba punktów za drugą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (16, 18].    |
| NA OCENĘ 5.0        | Więcej niż 18 punktów za drugą część testu zaliczeniowego.                                  |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 3 |                                                                                             |
| NA OCENĘ 2.0        | Co najwyżej 10 punktów za trzecią część testu zaliczeniowego.                               |
| NA OCENĘ 3.0        | Liczba punktów za trzecią część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (10, 12].  |
| NA OCENĘ 3.5        | Liczba punktów za trzecią część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (12, 14].  |
| NA OCENĘ 4.0        | Liczba punktów za trzecią część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (14, 16].  |
| NA OCENĘ 4.5        | Liczba punktów za trzecią część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (16, 18].  |
| NA OCENĘ 5.0        | Więcej niż 18 punktów za trzecią część testu zaliczeniowego.                                |

| EFEKT KSZTAŁCENIA 4 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 2.0        | Zdobycie co najwyżej 50% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.                                                                                                                                                                                                                    |
| NA OCENĘ 3.0        | Zdobycie więcej niż 50% i nie więcej niż 60% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.                                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 3.5        | Zdobycie więcej niż 60% i nie więcej niż 70% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.                                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 4.0        | Zdobycie więcej niż 70% i nie więcej niż 80% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.                                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 4.5        | Zdobycie więcej niż 80% i nie więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.                                                                                                                                                                                                |
| NA OCENĘ 5.0        | Zdobycie więcej niż 90% maksymalnej sumarycznej liczby punktów z obu kolokwiiów.                                                                                                                                                                                                                     |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 5 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 2.0        | Co najwyżej 10 punktów za czwartą część testu zaliczeniowego.                                                                                                                                                                                                                                        |
| NA OCENĘ 3.0        | Liczba punktów za czwartą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (10, 12].                                                                                                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 3.5        | Liczba punktów za czwartą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (12, 14].                                                                                                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 4.0        | Liczba punktów za czwartą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (14, 16].                                                                                                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 4.5        | Liczba punktów za czwartą część testu zaliczeniowego mieszcząca się w przedziale (16, 18].                                                                                                                                                                                                           |
| NA OCENĘ 5.0        | Więcej niż 18 punktów za czwartą część testu zaliczeniowego.                                                                                                                                                                                                                                         |
| EFEKT KSZTAŁCENIA 6 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| NA OCENĘ 2.0        | Referat przygotowany przez studenta zawiera poważne błędy merytoryczne, jest zredagowany wbrew zasadom sztuki pisanie tekstów matematycznych lub jest całkowicie wtórny.                                                                                                                             |
| NA OCENĘ 3.0        | Referat przygotowany przez studenta nie zawiera istotnych błędów merytorycznych i jest zredagowany – zasadniczo – w zgodzie z zasadami pisanie tekstów matematycznych (szczególnie w zakresie cytowań i odwołań do literatury). Są w nim oryginalne (przynajmniej w warstwie redakcyjnej) fragmenty. |
| NA OCENĘ 3.5        | Referat przygotowany przez studenta nie zawiera błędów merytorycznych i jest zredagowany zgodnie z zasadami pisanie tekstów matematycznych. Są w nim oryginalne przykłady i świadectwa zaznajomienia się z literaturą wskazaną przez nauczyciela.                                                    |

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NA OCENĘ 4.0 | Referat przygotowany przez studenta jest merytorycznie bezbłędny i dobrze zredagowany. Zawiera ciekawe oryginalne przykłady i świadczy o biegłej znajomości literatury wskazanej przez nauczyciela, także anglojęzycznej.                                                                                               |
| NA OCENĘ 4.5 | Referat przygotowany przez studenta jest merytorycznie bezbłędny i dobrze zredagowany. Zawiera ciekawe oryginalne przykłady oraz sensowne modyfikacje dowodów zaczerpniętych z literatury. Świadczy o biegłej znajomości literatury wskazanej przez nauczyciela (także anglojęzycznej) oraz pozycji spoza tego zestawu. |
| NA OCENĘ 5.0 | Referat przygotowany przez studenta jest merytorycznie bezbłędny i bardzo dobrze zredagowany. Zawiera ciekawe oryginalne przykłady i oryginalne dowody niektórych (prostych) twierdzeń. Świadczy o biegłej znajomości literatury wskazanej przez nauczyciela (także anglojęzycznej) oraz pozycji spoza tego zestawu.    |

## 10 MACIERZ REALIZACJI PRZEDMIOTU

| EFEKT KSZTAŁCENIA | ODNIESIENIE DANEGO EFEKTU DO SZCZEGÓŁOWYCH EFEKTÓW ZDEFINIOWANYCH DLA PROGRAMU | CELE PRZEDMIOTU      | TREŚCI PROGRAMOWE                   | NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE | SPOSOBY OCENY |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------------------|-----------------------|---------------|
| EK1               | K_W02,<br>K_W05,<br>K_W06,<br>K_W07                                            | Cel 1                | W1 W2 C1 C2                         | N1 N2 N3 N4 N5        | P1            |
| EK2               | K_W02,<br>K_W05,<br>K_W06                                                      | Cel 2                | W3 C3                               | N1 N2 N3 N4 N5        | P1            |
| EK3               | K_W02,<br>K_W05,<br>K_W06,<br>K_W07                                            | Cel 3                | W4 W5 C4 C5                         | N1 N2 N3 N4 N5        | P1            |
| EK4               | K_U01, K_U04,<br>K_U13, K_U14,<br>K_U15                                        | Cel 1 Cel 2<br>Cel 3 | C1 C2 C3 C4 C5                      | N2 N3 N4              | F1            |
| EK5               | K_U13, K_U14,<br>K_U15                                                         | Cel 1 Cel 2<br>Cel 3 | W1 W2 W3 W4<br>W5 C1 C2 C3<br>C4 C5 | N1 N2 N3 N4 N5        | P1            |
| EK6               | K_K04, K_K06,<br>K_K07                                                         | Cel 4                | C1 C2 C3 C4 C5                      | N3 N4 N5              | F2            |

## 11 WYKAZ LITERATURY

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] | **R. Duda** — *Wprowadzenie do topologii. Cz. 2, Topologia algebraiczna i topologia rozmaitości*, Warszawa, 1986, Państwowe Wydawnictwo Naukowe
- [2] | **M. J. Greenberg** — *Wykłady z topologii algebraicznej*, Warszawa, 1980, Państwowe Wydawnictwo Naukowe
- [3] | **E. Spanier** — *Topologia algebraiczna*, Warszawa, 1972, Państwowe Wydawnictwo Naukowe

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] | **R. Engelking, K. Sieklucki** — *Wstęp do topologii*, Warszawa, 1986, Państwowe Wydawnictwo Naukowe
- [2] | **A. Hatcher** — *Algebraic Topology*, Cambridge (UK), 2002, Cambridge University Press
- [3] | **K. Jaenich** — *Topologia*, Warszawa, 1998, Wydawnictwo Naukowe PWN

## 12 INFORMACJE O NAUCZYCIELACH AKADEMICKICH

### OSOBA ODPOWIEDZIALNA ZA KARTĘ

dr Marcin Skrzyński (kontakt: mskrzynski@pk.edu.pl)

### OSOBY PROWADZĄCE PRZEDMIOT

1 dr Marcin Skrzyński (kontakt: pfskrzyn@cyf-kr.edu.pl)

## 13 ZATWIERDZENIE KARTY PRZEDMIOTU DO REALIZACJI

---

(miejscowość, data)

(odpowiedzialny za przedmiot)

(dziekan)

**PRZYJMUJĘ DO REALIZACJI** (data i podpisy osób prowadzących przedmiot)

.....